**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
“ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ”**

ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
**по выполнению практических работ по дисциплине
“Основы тепловых расчетов нагревательных устройств”
для студентов специальности 8.05040301
“Прикладное материаловедение”
уровня бакалавра**

Харьков 2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
“ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ”

К печати разрешаю

Проректор проф. Романовский А.Г.

ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ по дисциплине
“Основы тепловых расчетов нагревательных устройств”
для студентов специальности 8.05040301
“Прикладное материаловедение”
уровня бакалавра

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета,
протокол № 1 от 23.06.2011 г.

Харьков
НТУ “ХПИ”
2012

Навчальне видання
ТЕПЛОВІ РОЗРАХУНКИ НАГРІВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання практичних робіт
з дисципліни “Основи теплових розрахунків нагрівальних пристроїв”
для студентів спеціальності 8.05040301
“Прикладне матеріалознавство”
рівня бакалавра

Російською мовою

Укладачі : КОСТИК Вікторія Олегівна
ЛІТУС Катерина Олександрівна

Відповідальний за випуск проф. О. В. Соболь

Роботу до видання рекомендував проф. М. А. Погрібний

Редактор Н. В. Верстюк
Комп’ютерна верстка Г. А. Федоренко

План 2011 р., поз. 137.
Підп. до друку 01.10.12. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний
Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. .
Облік.-вид. арк. 3,6. Наклад 50 прим. Зам. № . Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ “ХПІ”.
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3657 від 24.12.2009 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе,21

Друкарня НТУ “ХПІ”, 61002, Харків, вул. Фрунзе,21

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
“ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ”

ТЕПЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ по дисциплине
“Основы тепловых расчетов нагревательных устройств”
для студентов специальности 8.05040301
“Прикладное материаловедение”
уровня бакалавра

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета,
протокол № 1 от 23.06.2011 г.

Харьков
НТУ “ХПИ”
2012

Тепловые расчеты нагревательных устройств. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине “Основы тепловых расчетов нагревательных устройств” для студентов специальности 8.05040301 “Прикладное материаловедение” уровня бакалавра / Сост. : В. О. Костик, Е. А. Литус. – Харьков : НТУ “ХПИ”, 2012. – 80 с.

Составители : В. О. Костик
Е. А. Литус

Рецензент : О. В. Соболь

Кафедра материаловедения

СОДЕРЖАНИЕ

ВСТУПЛЕНИЕ

В настоящих методических указаниях представлены практические работы на тему “Тепловые расчеты нагревательных устройств” по дисциплине “Основы тепловых расчетов нагревательных устройств”.

Практические занятия учитывают специфику кафедры материаловедения и направлены на приобретение студентами специальности 8.05040301 “Прикладное материаловедение” уровня бакалавра навыков, необходимых при выполнении курсовых проектов, бакалаврских и дипломных работ, а также полезных в самостоятельных научных исследованиях.

Каждая практическая работа предполагает активное освоение студентами теоретических и практических знаний, получаемых на лекциях. В минимальном объеме они представлены в каждой работе как основа для самостоятельной подготовки к индивидуальным занятиям.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ЗАКОНУ ФУРЬЕ. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

1.1. Цель работы

1. Изучить основные способы передачи теплоты.
2. Изучить основные понятия теории теплопередачи.

1.2. Основные положения

1.2.1. Основные способы передачи теплоты

Теплопередача или теплообмен – учение о самопроизвольных необратимых процессах распространения теплоты в пространстве. Под процессом распространения теплоты понимается обмен внутренней энергией между отдельными элементами, областями рассматриваемой среды. Перенос теплоты осуществляется тремя основными способами: 1) теплопроводностью; 2) конвекцией; 3) тепловым излучением.

Теплопроводность представляет собой молекулярный перенос теплоты в телах (или между ними), обусловленный переменностью температуры в рассматриваемом пространстве. Процессы передачи тепла теплопроводностью лежат в основе теории и практики нагрева металла при термической обработке деталей машин.

Конвекция возможна только в текучей среде. Под конвекцией теплоты понимают процесс ее переноса при перемещении объемов жидкости или газа (текучей среды) в пространстве из области с одной температуры в область другой. При этом перенос теплоты неразрывно связан с переносом самой среды. В технике чаще всего рассматривают конвективный теплообмен жидкости или газа с поверхностью твердых тел, при котором тепло транспортируется к поверхности или от нее движущимися объемами среды.

Тепловое излучение – процесс распространения теплоты с помощью электромагнитных волн, обусловленный только температурой и оптическими свойствами излучающего тела; при этом внутренняя энергия тела (среды) переходит в энергию излучения. Процесс пре-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченко В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1975. – 488 с.
2. Юдаев Б. Н. Теплопередача / Б. Н. Юдаев. – М. : Высш. школа, 1973. – 360 с.
3. Теория тепломассообмена / С. И. Исаев, И. А. Кожинов, В. И. Кофанов и др. / под. ред. А. И. Леонтьева. – М. : Высш. школа, 1979. – 445 с.
4. Кривандин В. А. Тепловая работа и конструкции печей черной металлургии / В. А. Кривандин, А. В. Егоров. – М. : Металлургия, 1989. – 459 с.
5. Кривандин В. А. Металлургические печи / В. А. Кривандин, Б. Л. Марков. – М. : Металлургия, 1977. – 464 с.
6. Краснощеков Е. А. Задачник по теплопередаче / Е. А. Краснощеков, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1980. – 288 с.
7. Металловедение и термическая обработка стали : справочник. Т. I. Методы испытаний и исследования / под ред. М. Л. Бернштейна, А. Г. Рахштадта. – М. : Металлургия, 1983. – Гл. 17. – 352 с.
8. Берг Л. Г. Введение в термографию / Л. Г. Берг. – М. : Наука, 1969. – Гл. 1–4. – 395 с.
9. Зиновьев В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах : справ. изд. / В. Е. Зиновьев. – М. : Металлургия, 1989. – 384 с.
10. Исаченко В. П. Теплопередача : учебник для вузов / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1975. – 488 с.
11. Юдаев Б. Н. Теплопередача : учебник для втузов / Б. Н. Юдаев. – М. : Высш. школа, 1973. – 360 с.
12. Бокштейн Б. С. Диффузия в металлах / Б. С. Бокштейн. – М. : Металлургия, 1978. – 248 с.

9. Определить тепловой поток через стенки печи:

$$q = \frac{\left(t_{c1} - t_{c4}\right)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}. \qquad (8.21)$$

10. Проверить температуры футеровки печи:
– расчетные температуры стенок печи

$$t_{p12} = t_{c1} - qR_1,\ t_{p23} = t_{p12} - qR_2, \qquad (8.22)$$
$$t_{p4} = t_0 + qR_4.$$

– погрешность вычислений температур

$$\eta_{12} = 100 - \left(\frac{t_{c2}}{t_{p12}}\right)100\ \%,\ \eta_{23} = 100 - \left(\frac{t_{c3}}{t_{p23}}\right)100\ \%, \qquad (8.23)$$
$$\eta_4 = 100 - \left(\frac{t_{c4}}{t_{p4}}\right)100\ \%.$$

Если погрешность вычислений не превышает 5 %, то температуры выбраны правильно, а если погрешность превышает 5 %, то задаются новыми температурами слоев стенок и расчет повторяют до тех пор, пока не будет погрешность вычислений менее 5 %.

Вопросы для самопроверки

1. Какие тела называют абсолютно черными, белыми, прозрачными и серыми?
2. Что собой представляет сложный теплообмен?
3. Как определить приведенный коэффициент излучения от печных газов к футеровке печи?
4. Как определить коэффициент теплоотдачи рабочей среды в печи?

Рекомендуемая литература: [1–6].

вращения внутренней энергии вещества в энергию излучения, переноса излучения и его поглощения веществом называется теплообменом излучением.

В природе и технике элементарные процессы распространения теплоты – теплопроводность, конвекция, тепловое излучение – очень часто происходят совместно. Теплопроводность в чистом виде большей частью имеет место лишь в твердых телах. Конвекция теплоты всегда сопровождается теплопроводностью. Совместный процесс переноса теплоты конвекцией и теплопроводностью называется *конвективным теплообменом*. В инженерных расчетах часто определяют конвективный теплообмен между потоками жидкости или газа и поверхностью твердого тела. Этот процесс конвективного теплообмена называют *конвективной теплоотдачей* или *теплоотдачей*. Многие процессы переноса теплоты сопровождаются переносом вещества. Например, при испарении воды в воздух, помимо теплообмена, имеет место и перенос образовавшегося пара в воздушной смеси. В общем случае перенос пара осуществляется как молекулярным, так и конвективным путем. Совместный молекулярный и конвективный перенос массы *называют конвективным массообменом.* При наличии массообмена процесс теплообмена усложняется. Теплота дополнительно может переноситься вместе с массой диффундирующих веществ.

Рассматриваемые газы, жидкости и твердые тела в подавляющем большинстве случаев считаются сплошной средой, т. е. средой, при рассмотрении которой допустимо пренебречь ее дискретным строением.

Во всех термических печах теплообмен осуществляется всеми тремя способами, однако в отдельных термических печах доля участия каждого вида теплообмена неодинакова. Например, в тигельных печах-ваннах передача тепла соли происходит через стенки тигля теплопроводностью, в отпускных печах с циркуляцией горячего воздуха передача тепла деталям происходит конвекцией, а в электрических камерных печах – излучением.

В рабочем пространстве термических печей теплообмен происходит следующим образом. Продукты горения топлива отдают свое тепло нагреваемым изделиям, стенкам и своду печи излучением и конвекцией. Поверхность кладки печи вследствие меньшей теплопроводности, чем у нагреваемого металла, будет иметь температуру выше, чем изделия, находящиеся на поду печи. Создается разность температуры; появляется потеря тепла излучением от стен и свода к нагреваемым изделиям. Нагреваемые изделия будут получать тепло за счет трех потоков: 1) излучение газов и пламени; 2) излучение стен и свода; 3) конвекционный поток тепла от движущихся печных газов.

Схема теплообмена в рабочем пространстве печи показана на рис. 1.1.

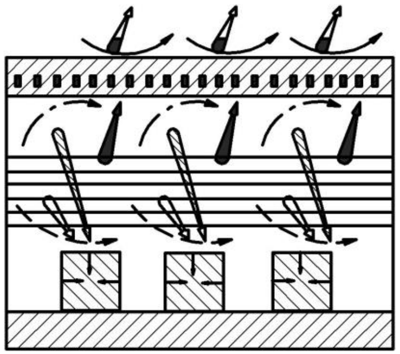

Рисунок 1.1 – Схема теплообмена в рабочем пространстве печи:

излучение от газов к своду; излучение от газов к металлу; излучение от свода к металлу; излучение от свода во внешнюю среду; конвекция от газов к металлу; конвекция от газов к своду; конвекция во внешнюю среду; теплопроводность в кладке печи; теплопроводность в нагреваемом металле

В термических печах при температурах 800–900 °C и нормальной скорости движения газов до 2–3 м/с коэффициент теплоотдачи конвекцией не превышает 10–15 ккал/м^2·ч·град. Поэтому при этих температурах главную роль в теплообмене играет излучение газов. При низких температурах, порядка 300–500 °C, коэффициент теплоотдачи излучением значительно уменьшается и для лучшего теплообмена коэффициент теплоотдачи конвекцией увеличивается искусственным путем. Это достигается за счет принудительной циркуляции дымовых газов или воздуха и рециркуляции их с помощью вентилятора. Скорость движения газов достигает 6–10 м/с, а вследствие этого увеличи-

6. Определить коэффициент теплоотдачи рабочей среды в печи $\alpha_{1\Sigma}$, Вт/м^2 град.:

$$\alpha_{1\Sigma} = (\alpha_{л1} + \alpha_{к1}) = (\alpha_{л1} + 0{,}1\alpha_{л1}) = 1{,}1\alpha_{л1}. \qquad (8.17)$$

где

$$\alpha_{л1} = \frac{C_{пр}\left[\left(\frac{T_{с1}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{п}}{100}\right)^4\right]}{t_{с1} - t_{п}}. \qquad (8.18)$$

7. Определить коэффициент теплоотдачи наружной среды цеха $\alpha_{2\Sigma}$, учитывая расположение стенок (вертикальные боковые стенки, свод или под) и скорость движения воздуха вдоль внешней стенки от вентилятора $\omega_в$ (м/с): $\alpha_{2\Sigma} = \alpha_2 v$,

где $v = \sqrt{\dfrac{\omega_в + 0{,}33}{0{,}33}}$

$$\text{и } \alpha_2 = A\sqrt[4]{t_{с4} - t_0} + C\frac{\left[\left(\frac{T_{с4}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_0}{100}\right)^4\right]}{t_{с4} - t_0}. \qquad (8.19)$$

8. Определить термические сопротивления слоев футеровки печи:

$$R_1 = \frac{\delta_1}{\lambda_1 F_{12}},\ R_2 = \frac{\delta_2}{\lambda_2 F_{23}},\ R_3 = \frac{\delta_3}{\lambda_3 F_{34}},$$

$$R_4 = \frac{1}{\alpha_{2\Sigma} F_4}. \qquad (8.20)$$

Продолжение табл. 8.2

1	2	3
12	диатомит естественный	0,163 + 0,00043*t*
13	асбестовые плиты	0,157 + 0,00014*t*
14	минераловатные плиты	0,029 + 0,00029*t*
15	шлаковая вата	0,048 + 0,00014*t*
16	асбовермикулитовые плиты	0,81 + 0,00023*t*

Порядок решения задачи 3

1. Определить средние расчетные площади:

$$F_{12} = \sqrt{F_1 F_2}\,,\;\; F_{23} = \sqrt{F_2 F_3}\,,\;\; F_{34} = \sqrt{F_3 F_4}\,.$$

2. Задать температуры слоев стенок: температура внутренней поверхности стенки печи $t_{с1} = t_п + 50$ °C, температура пограничной поверхности между первым и вторым слоями принимаем равной $t_{с2}$ (°C), температура пограничной поверхности между вторым и третьим слоями принимаем равной $t_{с3}$ (°C).

Температура наружной поверхности кожуха печи *не должна превышать* 50 °C, поэтому принимаем $t_{с4}$ (°C).

3. Определить средние расчетные температуры: первый слой $t_1 = (t_{с1} + t_{с2})/2$, второй слой $t_2 = (t_{с2} + t_{с3})/2$, третий слой $t_3 = (t_{с3} + t_{с4})/2$.

4. Определить коэффициенты теплопроводности с учетом средних расчетных температур: λ_1, λ_2, λ_3.

5. Определить приведенный коэффициент излучения от печных газов к футеровке печи, если принять степень развития кладки печи $\varpi = 5{,}6$:

$$C_{пр} = 5{,}67\varepsilon_ф к = 5{,}67\varepsilon_ф \frac{1 + \varpi - \varepsilon_г}{\dfrac{1 - \varepsilon_г}{\varepsilon_г}[\varepsilon_ф + \varepsilon_г(1 - \varepsilon_ф)] + \varpi} \qquad (8.16)$$

вается и коэффициент теплоотдачи конвекцией до 40 ккал/м^2·ч·град и выше.

1.2.2. Основные понятия теории теплопередачи

Температура, являясь величиной скалярной, не зависит от направления и характеризуется лишь абсолютной величиной. Температура характеризует степень нагретости тела и измеряется в градусах.

Процесс передачи тепла развивается как во времени, так и в пространстве. Практически часто бывает необходимо знать температуру в различных точках изучаемого пространства в один и тот же момент времени. Подобное распределение температур называется полем температур или температурным полем. Кроме изменения в пространстве, температурное поле и поле тепловых потоков может изменяться также и во времени. Таким образом, в общем случае температура t может являться функцией координат x, y, z и времени τ:

$$t = f(x, y, z, \tau). \qquad (1.1)$$

Совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек пространства называется *температурным полем.* Уравнение (1.1) является математической формулировкой такого поля. При этом, если температура зависит от времени, то поле называется неустановившимся или *нестационарным*. Если же температура во времени не меняется, то поле называется установившимся или *стационарным*.

Температурное поле может быть функцией трех, двух и одной координаты. Соответственно оно называется *трех-, двух- и одномерным*.

Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке поля с течением времени остается неизменной и такое температурное поле называется *стационарным*. В этом случае температура является функцией только трех координат:

$$t = f_1(x, y, z) \text{ при } \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \qquad (1.2)$$

Если температура есть функция двух координат, то поле называется двухмерным и его запись имеет вид:

$$t = f_2(x, y) \text{ при } \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0, \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \tag{1.3}$$

Если температура есть функция одной координаты, то поле называется одномерным. Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля:

$$t = f_3(x) \text{ при } \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0, \; \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \tag{1.4}$$

Если соединить точки тела, имеющие одинаковую температуру, получим поверхность равных температур, называемую изотермической. *Изотермической поверхностью* называется геометрическое место точек в температурном поле, имеющих одинаковую температуру. Так как одна и та же точка тела не может одновременно иметь различные температуры, то изотермические поверхности не пересекаются. Они либо оканчиваются на поверхности тела, либо целиком располагаются внутри самого тела.

Пересечение изотермических поверхностей плоскостью дает на этой плоскости семейство изотерм. Они обладают теми же свойствами, что и изотермические поверхности, т. е. не пересекаются, не обрываются внутри тела, оканчиваются на поверхности, либо целиком располагаются внутри самого тела. На рис. 1.2 приведены изотермы, температуры которых отличаются на Δt.

Температура в теле изменяется только в направлениях, пересекающих изотермические поверхности. При этом наибольший перепад температуры на единицу длины происходит в направлении нормали n к изотермической поверхности (рис. 1.2, а).

Предел отношения изменения температуры Δt к расстоянию между изотермами по нормали Δn называется *температурным градиентом*, который обозначается, °С/м:

Температурный градиент является вектором, направленным по нормали к изотермической поверхности. Его положительным направ-

Задача 3

Дано: рабочая температура печи составляет $t_п$, а температура цеха $t_0 = 20$ °С. Принимаем, что стены печи состоят из трех слоев футеровки с коэффициентами теплопроводности материалов λ_1, λ_2, λ_3 (табл. 8.2). Площади раздела F_1, F_2, F_3, F_4 (м^2) с соответствующими толщинами стенок δ_1, δ_2, δ_3 (м).

Найти:

– температуры стенок печи $t_{с1}$, $t_{с2}$, $t_{с3}$, $t_{с4}$ (°С);

– коэффициенты теплоотдачи рабочей среды в печи $\alpha_{1\Sigma}$ и наружной среды

цеха $\alpha_{2\Sigma}$ при скорости движения воздуха в цехе $\omega_в$ (м/с);

– тепловой поток через футеровку печи q;

– погрешность вычислений температуры стенок η, сравнив заданные температуры с расчетными, где погрешность не должна превышать 5 %;

– нарисовать эскиз футеровки термической печи и показать распределение температуры в стенках футеровки.

Таблица 8.2 – Коэффициенты теплопроводности
для материалов футеровки печи

№ п/п	Материал футеровки печи	Коэффициент теплопроводности λ, Вт/м · град
1	2	3
1	Шамот	0,7 + 0,00064t
2	шамот класса А	0,88 + 0,00023t
3	огнеупорный бетон с шамотом	0,44–0,465t
4	огнеупорный бетон с хромитом	0,6–0,64t
5	шамот-легковес № 1	0,116 + 0,00016t
6	шамот-легковес № 2	0,225 + 0,00022t
7	ультралегковес № 1	0,314 + 0,00035t
8	ультралегковес № 2	0,465 + 0,000384t
9	диатомитовый кирпич №1	0,116 + 0,00015t
10	диатомитовый кирпич №2	0,145 + 0,0003t
11	диатомитовый кирпич №3	0,175 + 0,0003t

Приведение расчетных формул лучистого теплообмена к виду формул конвективной теплопередачи удобен для практических расчетов. Но нельзя считать принципиально правильной подгонку главного вида теплопередачи – лучеиспусканием под вид формул второстепенного вида теплопередачи – конвекцией. Поэтому более правильным является учет конвективной теплопередачи в виде некоторого поправочного множителя в формуле для лучистого теплообмена. Точность такого допущения обычно оказывается вполне достаточной для технических расчетов и больше отражает физическую сущность процессов.

8.3. Порядок выполнения работы

1. Решить задачи.

Задача 1

Дано: обмуровка парового котла выполнена из шамотного кирпича, а внешняя обшивка – из листовой стали.

Температура внешней поверхности обмуровки t_{c1} = 127 °C, а стальной обшивки t_{c2} = 50 °C. Степень черноты шамота $\varepsilon_ш$ = 0,8 и листовой стали ε_c = 0,6.

Найти: потери теплоты в окружающую среду в условиях стационарного режима за счет лучистого теплообмена.

Задача 2

Дано: нагрев стального вала осуществляется в муфельной электрической печи с температурой её стенок t_{c2} = 1000 °C. Степень черноты поверхности детали ε_1 = 0,8 и шамотной стенки ε_2 = 0,8. Площадь поверхности печи, участвующей в лучистом теплообмене, F_2 существенно больше площади поверхности детали F_1, т. е. $F_1 << F_2$.

Найти: плотность лучистого потока в зависимости от температуры вала в процессе её нагрева и построить график этой зависимости для температур 20, 100, 300, 500 и 700 °C.

лением считается направление в сторону возрастания температуры. Значение температурного градиента, взятое с обратным знаком, называют *падением температуры*.

$$\lim\left(\frac{\Delta t}{\Delta n}\right)_{\Delta n \to 0} = \frac{\partial t}{\partial n} = grad t . \qquad (1.5)$$

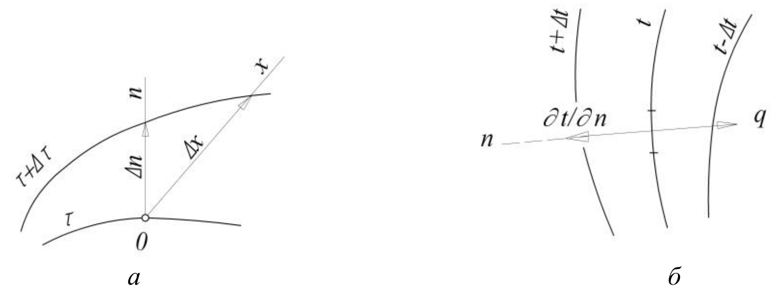

Рисунок 1.2 – Изотермы (*а*), закон Фурье (*б*)

Изучая явление теплопроводности в твердых телах, Фурье установил, что количество переданного тепла пропорционально падению температуры, времени и площади сечения, перпендикулярного направлению распространения тепла. Если количество переданного тепла отнести к единице площади и единице времени, то установленную зависимость можно записать так:

$$q = -\lambda \mathrm{grad} t, \qquad (1.6)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м · °C).

Уравнение (1.6) служит математическим выражением основного закона распространения тепла путем теплопроводности и называется *законом Фурье*. Величина q, представляющая собой количество тепла, переданного в единицу времени через единицу поверхности, называется *тепловым потоком*. Эта величина является вектором, направление которого совпадает с направлением распространения тепла и противоположно направлению температурного градиента (рис. 1.2, б), на что указывает знак минус в уравнении (1.6).

Различают полный и удельный тепловые потоки. Полный тепловой поток Q обычно относится к единице времени и измеряется в ваттах (Вт). Тепловой поток, отнесенный к единице поверхности, называется *плотностью теплового потока* q и измеряется в Вт/м^2 или ккал/м^2 · с. Таким образом, если теплопередающая поверхность имеет площадь F (м^2), то полный тепловой поток составит:

$$Q = qF. \qquad (1.7)$$

Иногда Q обозначает *полное количество переданного тепла* и выражается в Дж и тогда:

$$Q = q\tau F. \qquad (1.8)$$

1.3. Порядок выполнения работы

1. Нарисовать эскиз термической печи с нагреваемой деталью.
2. Описать все случаи конвективного теплообмена в печи.
3. Описать передачу тепла теплопроводностью в печи.
4. Описать все случаи передачи тепла излучением.
5. Дать определение температурного поля.
6. Написать математическое выражение одно-, двух- и трехмерного температурных полей.
7. Дать определение изотермической поверхности.
8. Нарисовать тело с максимальной и минимальной температурами.
9. Изобразить направление изменения температуры тела и изотермические поверхности в теле.
10. Изобразить положение температурного градиента и теплового потока по отношению к изотермической плоскости.
11. Решить задачи.

Задача 1

Дано: поверхность плиты площадью 2 м^2, плотность теплового потока составляет 7,5 Вт/м^2.

8.2.3. Сложный теплообмен

Разделение общего процесса распространения тепла на элементарные явления (теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение) мы проводили искусственно. На самом же деле в природе эти явления протекают одновременно и влияют друг на друга.

Конвекция, например, всегда сопровождается теплопроводностью и часто лучеиспусканием, а тепловое излучение сопровождается конвекцией и теплопроводностью.

Процесс теплообмена между стенкой и газом также является результатом совместного действия конвекции, теплопроводности и излучения. Такой процесс называют *сложным теплообменом*.

В рабочем пространстве термических печей и в теплообменниках (рекуператоры, регенераторы) происходит одновременно передача тепла излучением и конвекцией.

При проведении расчетов возникают осложнения, обусловленные тем, что количество тепла, передаваемое от печных газов к поверхности металла излучением, пропорционально разности четвертых степеней их абсолютных температур, а количество тепла, передаваемого конвекцией, пропорционально разности первых степеней температур.

Общее количество тепла, получаемого металлом излучением и конвекцией, равно их сумме $Q_{луч} + Q_{конв}$, т. е. Q, Вт:

$$Q = C\left[\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_м}{100}\right)^4\right]F_м + \alpha_{конв}(t_г - t_м)F_м, \qquad (8.13)$$

где $\alpha_{луч}$ – коэффициент теплоотдачи излучением; $\alpha_{конв}$ – коэффициент теплоотдачи конвекцией.

Так как разность температур $T_г - T_м$ и $t_г - t_м$ равны, то уравнение (8.13) можно записать в виде, Вт:

$$Q = \left\{\frac{C\left[\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_м}{100}\right)^4\right]}{T_г - T_м} + \alpha_{конв}\right\}(t_г - t_м)F_м. \qquad (8.14)$$

В *реальных условиях* приходится иметь дело с лучистым теплообменом между газом и оболочкой серого тела, в котором заключен газ. В этом случае часть энергии, излучаемой газом, поглощается оболочкой, а часть ее отражается в газ. Отраженная оболочкой энергия частично поглощается газом, а частично вновь попадает на поверхность оболочки. Результирующий тепловой поток при таком теплообмене между газом и оболочкой определяется разностью между количеством энергии, поглощаемой газом, от излучения оболочки. Расчетная формула для определения плотности теплового потока излучением имеет вид:

$$Q = C_0 \varepsilon_э \left[\varepsilon_г \left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - A_Г \left(\frac{T_с}{100} \right)^4 \right], \qquad (8.9)$$

где $\varepsilon_э$ – эффективная степень черноты оболочки; $A_г$ – относительная поглощательная способность газа при температуре оболочки $T_с$.

Если степень черноты ограничивающей газ поверхности $\varepsilon_с$ = 0,7–1,0, то эффективная степень черноты оболочки:

$$\varepsilon_э = \frac{\varepsilon_с + 1}{2}. \qquad (8.10)$$

Степень черноты газа определяется по соотношению, где q_o – плотность излучения абсолютно черного тела при данной температуре:

$$\varepsilon_г = \frac{q_г}{q_0}. \qquad (8.11)$$

Количество тепла вычисляют по формуле

$$Q = \frac{5{,}67}{\frac{1}{\varepsilon_г} + \frac{1}{\varepsilon_с} - 1} \left[\frac{\varepsilon_г}{\varepsilon_с} \left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_с}{100} \right)^4 \right] F. \qquad (8.12)$$

Найти: полный тепловой поток через поверхность плиты.

Задача 2

Дано: плита шириной 2 м и высотой 3 м, полный тепловой поток составляет 48 Вт.

Найти: какая будет плотность теплового потока через плиту?

Задача 3

Дано: плита площадью 4 м^2, удельный тепловой поток составляет 2 Вт/м^2.

Найти: полное количество переданного тепла за 30 с через плиту.

Задача 4

Дано: алюминиевая пластина площадью 0,3 м^2, градиент температуры 20 ^{o}С/м, коэффициент теплопроводности алюминия 180 ккал/(м · ч · °С).

Найти: чему будет равен полный тепловой поток через алюминиевую пластину.

Задача 5

Дано: кирпичная стена термической печи площадью 8 м^2, градиент температуры 100 °С/м, коэффициент теплопроводности стены является функцией от температуры λ = 0,838 (1 + 0,0007t), температуры поверхностей кирпичной стены составляет 950 и 50 °С.

Найти: полный тепловой поток (потерю теплоты) через кирпичную стенку.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое теплопередача (теплообмен) как учение?
2. Какие основные способы передачи теплоты Вы знаете?
3. Что собой представляет теплопроводность?

4. Что собой представляет конвекция, тепловое излучение?

5. Как называется процесс передачи теплоты от горячей жидкости к холодной через разделяющую их стенку?

6. Что характеризует температура? Какие различают температурные поля в зависимости от времени и координат?

7. Что такое температурный градиент, тепловой поток? Закон Фурье.

Рекомендуемая литература: [1–6].

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЕРВОГО РОДА ДЛЯ ПЛОСКОЙ ОДНОРОДНОЙ СТЕНКИ

2.1. Цель работы

1. Изучить основные допущения для вывода дифференциального уравнения теплопроводности.

2. Изучить условия однозначности для процессов теплопроводности.

2.2. Основные положения

2.2.1. Основные допущения для вывода дифференциального уравнения теплопроводности

Для решения задач, связанных с нахождением температурного поля, необходимо получить дифференциальное уравнение теплопроводности. Для облегчения вывода этого дифференциального уравнения принимают следующие допущения:

– тело однородно и изотропно;

– физические параметры постоянны;

– деформация рассматриваемого объема, связанная с изменением температуры, является очень малой величиной и по сравнению с самим объемом;

$$\left.\begin{aligned} Q_{луч} &= C_м\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_м}{100}\right)^4\right]F\Phi;\\ Q_{луч} &= C_м\left[\left(\frac{T_м}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F.\end{aligned}\right\} \qquad (8.6)$$

где T_1 – температура печи, К; T_2 – температура цеха, К; $T_м$ – температура дверцы, К; F – площадь отверстия, м^2; $C_м$ – коэффициент лучеиспускания металлической дверцы, который принимают равным 5,22 Вт/м^{2}К^4.

Эти потери должны быть равны лучистому тепловому потоку, поглощаемому внутренней поверхностью дверцы. Но они также равны свободному излучению с наружной поверхности дверцы в сторону цеха.

Решив систему этих двух уравнений, было установлено, что тепловые потери излучением через окно, закрытое металлической дверцей, равны:

$$Q_{луч} = C\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F\,\frac{\Phi}{1+\Phi}, \qquad (8.7)$$

а температура самой дверцы, К:

$$T_м = 100\sqrt[4]{\frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4\Phi+\left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{1+\Phi}}. \qquad (8.8)$$

Для уменьшения тепловых потерь и понижения температуры дверцы на ее внутренней стороне часто устанавливают металлический щиток, являющийся дополнительным экраном. При установке такого щитка тепловые потери снижаются примерно в 1,5 раза по сравнению с потерями через металлическую дверцу, не снабженную щитком.

$$Q_{луч} = C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F\Phi =$$

$$5{,}67(16{,}73^4 - 2{,}93^4)0{,}5 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}728 = 122000$$

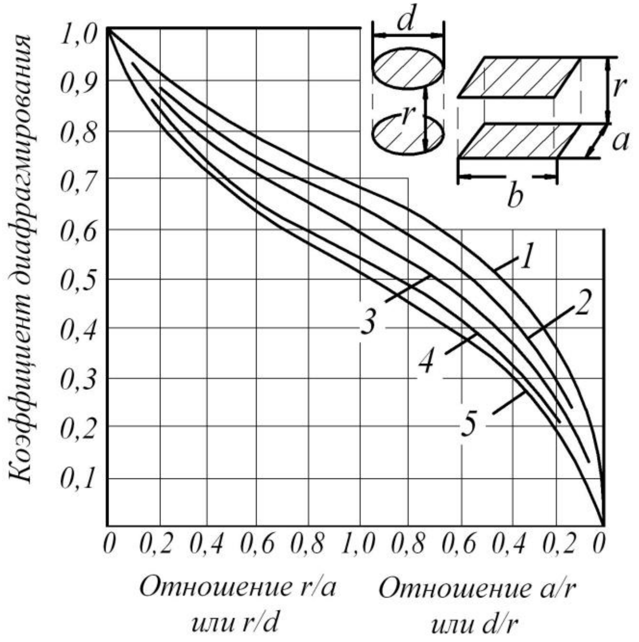

Рисунок 8.3 – Значения коэффициента диафрагмирования:
1 – щель, a/b = 0; 2 – прямоугольное отверстие, a/b = 0,2; 3 – то же, a/b = 0,5; 4 – квадратное отверстие, a/b = 1; 5 – круглое отверстие

В печах нередко встречаются окна топок и различные смотровые отверстия, которые закрываются не заслонками, футерованными огнеупорным кирпичом, а простыми металлическими дверцами. При закрытой дверце через такие отверстия происходит потеря тепла по законам излучения, так как в этом случае металлическая дверца играет роль экрана. Условия лучистого теплообмена с различных сторон такого экрана несимметричны. Тепловые потери *при закрытой дверце* можно определить из системы двух уравнений:

– внутренние источники теплоты в теле, которые в общем случае могут быть заданы как $q_v = f(x, y, z, \tau)$, распределены равномерно.

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии: количество теплоты dQ, введенное в элементарный объем извне за время dτ вследствие теплопроводности, а также от внутренних источников, равно изменению внутренней энергии или энтальпии вещества (в зависимости от рассмотрения изохорического или изобарического процесса), содержащегося в элементарном объеме:

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ, \tag{2.1}$$

где dQ_1 – количество теплоты, Дж, введенное в элементарный объем путем теплопроводности за время $d\tau$; dQ_2 – количество теплоты, которое за время $d\tau$ выделилось в элементарном объеме dv за счет внутренних источников; dQ – изменение внутренней энергии или энтальпии вещества, содержащегося в элементарном объеме dv, за время $d\tau$.

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{c\rho}\left[\frac{\partial t}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial t}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial t}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] + \frac{q_v}{c\rho}, \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{c\rho}\mathrm{div}(\lambda \cdot \mathrm{gradt}) + \frac{q_v}{c\rho}, \tag{2.3}$$

где с – теплоемкость; ρ – плотность.

Выражение (2.2), так же как и (2.3), называется *дифференциальным уравнением теплопроводности*. Оно устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке тела, в котором происходит процесс теплопроводности. В общем виде уравнение запишется следующим образом:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho}. \tag{2.4}$$

Коэффициент пропорциональности $a = \lambda / c\rho$, м²/с, в уравнении (2.4) называется *коэффициентом температуропроводности* и является физическим параметром вещества. Он существен для нестационарных тепловых процессов и характеризует скорость изменения температуры. Если коэффициент теплопроводности характеризует способность тел проводить теплоту, то коэффициент температуропроводности является мерой теплоинерционных свойств тела.

2.2.2. Условия однозначности для процессов теплопроводности

Дифференциальное уравнение теплопроводности выведено на основе общих законов физики, поэтому оно описывает явление теплопроводности в общем виде. Полученное дифференциальное уравнение описывает целый класс явлений теплопроводности. Чтобы решить дифференциальные уравнения для конкретного случая, необходимо, кроме основного дифференциального уравнения, сформулировать дополнительные условия, характерные только для этого случая, которые называют *краевыми условиями*.

Условия однозначности включают в себя:

– геометрические условия, характеризующие форму и размеры тела, в которых протекает процесс;

– физические условия, характеризующие физические свойства среды и тела;

– временные (начальные) условия, характеризующие распределение температур в изучаемом теле в начальный момент времени;

– граничные условия, характеризующие взаимодействие рассматриваемого тела с окружающей средой.

Геометрическими условиями задаются форма и линейные размеры тела, в котором протекает процесс.

Физическими условиями задаются физические параметры тела λ, с, ρ и др. и может быть задан закон распределения внутренних источников теплоты.

Начальные краевые условия показывают температурное состояние тела перед тем, как начался процесс нагрева. Это температурное состояние может быть различным, но оно обязательно должно быть

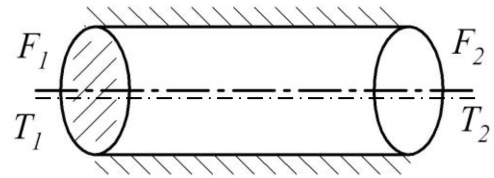

Рисунок 8.2 – Полый прямой круглый цилиндр

Передача энергии происходит прямым излучением, а также отражением и излучением от боковой поверхности цилиндра, являющейся идеальной обмуровкой:

$$Q_{\text{луч}} = C\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]F_1\Phi. \tag{8.5}$$

где C – приведенный коэффициент излучения, Вт/м²·К⁴; Φ – коэффициент диафрагмирования, который учитывает как прямое излучение с поверхности F_1 на

поверхность F_2, так и косвенное излучение, передаваемое обмуровкой.

Численные значения коэффициентов Φ зависят только от соотношения между диаметром цилиндра и его длиной (рис.8.3).

Например, температура внутри печи составляет t_1 = 1400 °С, температура цеха t_2 = 20 °С. В одной из стенок, толщина которой равна 250 мм, находится открытое окно размером 500 × 750 мм. Требуется определить тепловые потери излучением через это окно.

Определим соотношение размеров окна и толщины стенки:

$$\frac{l}{a} = \frac{250}{500} = 0{,}5; \quad \frac{a}{b} = \frac{500}{750} = 0{,}67.$$

Зная эти отношения, по рис. 8.3 находим коэффициент диафрагмирования Φ, который равен 0, 728. Затем определяем искомые потери, Вт:

Реальные же тела в природе нельзя отнести ни к одной из указанных категорий, так как для реальных тел характерно частичное поглощение и отражение тепловой лучистой энергии, где $A < 1$, $R < 1$, а $D \approx 0$ и они называются *серыми*.

Существуют тела, которые по своим свойствам близко подходят к свойствам абсолютно черных, абсолютно белых и абсолютно прозрачных тел. Близко подходит к свойствам абсолютно черного тела сажа, бархат, иней (A = 0,97). Снег по отношению к тепловому излучению не слишком нагретых тел является почти абсолютно черным телом (A = 0,985). Близкими по свойствам к абсолютно белым телам – полированные металлы (R = 0,95÷0,97). Близкими к свойствам диатермичного тела относятся одноатомные и двухатомные газы ($D \approx 1$).

Имеется много тел, которые прозрачны для лучей определенной длины волны, но непрозрачны для лучей другой длины волны. Например, оконное стекло прозрачно для световых лучей, а для ультрафиолетовых и тепловых лучей оно почти не прозрачно. Белая поверхность хорошо отражает только видимые (солнечные) лучи, что и дает восприятие белого цвета. Невидимые тепловые лучи белой поверхностью интенсивно поглощаются.

8.2.2. Излучение через отверстие в печных стенах

В термических печах часто приходится иметь дело с излучением через открытые рабочие окна, смотровые окна и другие отверстия, сделанные в сравнительно толстых печных стенах. Теоретически это можно представить следующим образом.

Возьмем полый прямой круглый цилиндр (рис. 8.2). Пусть одно основание его F_1 нагрето до температуры T_1 и излучает энергию по закону косинусов во всех направлениях внутрь полости. Температура другого основания цилиндра F_2, воспринимающего тепло, будет настолько ниже T_2, что собственным его излучением можно пренебречь. Боковую поверхность цилиндра будем считать “идеальной обмуровкой”, т. е. поверхностью совершенно не пропускающей тепло наружу. Полное количество тепла, передаваемое с одного основания цилиндра на другое, складывается из тепла, передаваемого прямым излучением с F_1 на F_2 и тепла, “отраженного” стенками идеальной обмуровки на поверхность F_2.

задано в виде уравнения (в общем виде), дающего распределение температуры в теле по трем осям координат, т. е. при $\tau = 0$ и $t_{нач} = f(x, y, z)$. В случае равномерного распределения температуры в теле начальное условие упрощается:

$$\text{при } \tau = 0 \qquad t = t_0 = \text{const}. \tag{2.5}$$

Граничные условия могут быть заданы несколькими способами.

а) ***граничные условия первого рода.*** При этом задается распределение температуры на поверхности тела для каждого момента времени:

$$t_с = f(x, y, z, \tau), \tag{2.6}$$

где $t_с$ – температура на поверхности тела; x, y, z – координаты поверхности тела.

В частном случае, когда температура на поверхности является постоянной на протяжении всего времени протекания процессов теплообмена, уравнение (2.6) упрощается и принимает вид:

$$t_с = \text{const}; \tag{2.7}$$

б) ***граничные условия второго рода.*** При этом задаются значения теплового потока для каждой точки поверхности тела и любого момента времени.

Аналитически это можно представить следующим образом:

$$q_п = f(x, y, z, \tau), \tag{2.8}$$

где $q_п$ – плотность теплового потока на поверхности тела; x, y, z – координаты на поверхности тела.

В простейшем случае плотность теплового потока по поверхности и во времени остается постоянной:

$$q_п = q_0 = \text{const}. \tag{2.9}$$

Такой случай теплообмена имеет место при нагревании различных металлических изделий в высокотемпературных печах;

в) ***граничные условия третьего рода.*** При этом задаются температура окружающей среды $t_ж$ и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Граничное условие третьего рода характеризует закон теплообмена между поверхностью и окружающей средой в процессе охлаждения и нагревания тела. Для описания процесса теплообмена между поверхностью тела и средой используется *закон Ньютона – Рихмана*.

Согласно закону Ньютона – Рихмана количество теплоты, отдаваемое единицей поверхности тела в единицу времени, пропорционально разности температур поверхности тела t_c и окружающей среды $t_ж$ ($t_с > t_ж$):

$$q = \alpha(t_с - t_ж), \tag{2.10}$$

где α – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи, Вт/(м^2 · °С).

Коэффициент теплоотдачи α характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Численно он равен количеству теплоты, отдаваемому (или воспринимаемому) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой, равной одному градусу.

Согласно закону сохранения энергии количество теплоты, которое отводится с единицы поверхности в единицу времени вследствие теплоотдачи, должно равняться теплоте, подводимой к единице поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности из внутренних объемов тела:

$$\alpha(t_с - t_ж) = -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_с, \tag{2.11}$$

тело участвует в теплообмене с другими телами. Энергия излучения других тел, попадая на данное тело, частично им поглощается, частично отражается, а часть ее проходит сквозь тело. Обозначим $Q_о$ общее количество лучистой энергии, падающей на тело в единицу времени, через Q_A, Q_R, Q_D – количество лучистой энергии поглощенной, отраженной и пропущенной сквозь тело. Тогда можно написать уравнение баланса лучистой энергии: $Q_o = Q_A + Q_R + Q_D$ (рис. 8.1) или $A + R + D = 1$, где:

$$A = \frac{Q_A}{Q_о} \text{ – коэффициент поглощения тела;} \tag{8.4 а}$$

$$R = \frac{Q_R}{Q_о} \text{ – коэффициент отражения тела;} \tag{8.4 б}$$

$$D = \frac{Q_D}{Q_о} \text{ – коэффициент теплопроницаемости тела.} \tag{8.4 в}$$

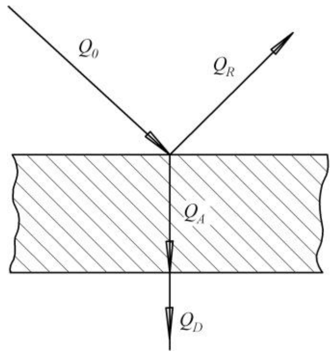

Рисунок 8.1 – Баланс лучистой энергии

Тело, полностью поглощающее падающую на него лучистую энергию, называется *абсолютно черным* (при A = 1; R = D = 0). Тело, полностью отражающее падающую на него лучистую энергию, называется *зеркальным* или *абсолютно белым* (при R = 1; A = D = 0). Тело, полностью пропускающее падающую на него лучистую энергию, называется *абсолютно прозрачным* (при D = 1; R = A = 0).

однородного излучения (Q_λ). Суммарное излучение с поверхности тела по всем направлениям полусферического пространства и по всем длинам волн спектра называется *интегральным* или *полным лучистым потоком* (Q). Интегральный лучистый поток, испускаемый с единицы поверхности тела по всем направлениям полусферического пространства, называется интегральной плотностью полусферического излучения или *излучательной способностью тела* (E), Вт/м^2:

$$E = \frac{dQ}{dF}. \tag{8.1}$$

где dQ – лучистый поток, Вт (Дж/с), испускаемый с элемента поверхности площадью dF, м^2.

Если происходит собственное излучение тела, т.е. $Q = Q_{\text{собс}}$, то величина $E = E_{\text{собс}}$ называется *лучеиспускательной способностью тела*. Лучистый поток по всей поверхности можно выразить как Q, Вт:

$$Q = \int_F E dF, \tag{8.2}$$

где F – полная поверхность тела, м^2.

Если плотность интегрального полусферического излучения для всех точек поверхности излучающего тела постоянна, то $Q = EF$, Вт. Отношение плотности лучистого потока, испускаемого в бесконечном малом интервале длин волн к величине этого интервала длин волн, носит название *спектральной интенсивности излучения*, Вт/м^3:

$$I_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}. \tag{8.3}$$

В этом случае имеет место излучение энергии одного цвета с единицы поверхности по всем направлениям полусферического пространства. Интенсивность излучения изменяется с длиной волны. Кроме того, оно может изменяться по отдельным направлениям излучения.

Излучение, которое определяется природой данного тела и его температурой, называется *собственным излучением* (Q, E). Обычно

где n – нормаль к поверхности тела; индекс “c” указывает на то, что температура и градиент относятся к поверхности тела (при n = 0);

г) ***Граничные условия четвертого рода*** характеризуют условия теплообмена системы тел или тела с окружающей средой по закону теплопроводности.

Предполагается, что между телами осуществляется идеальный контакт, т. е. температуры соприкасающихся поверхностей одинаковы (рис. 2.1).

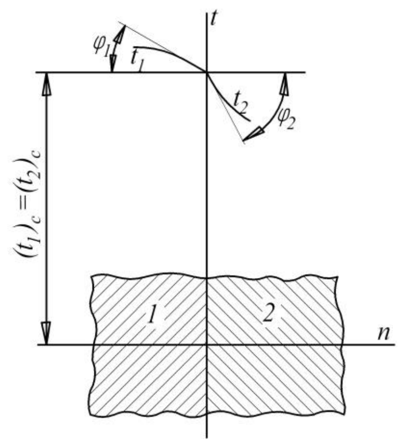

Рисунок 2.1 – Граничные условия четвертого рода

В задачах с граничным условием четвертого рода задается отношение тангенсов угла наклона касательных к температурным кривым в точке соприкосновения тел или тела и среды:

$$\frac{\mathrm{tg}\varphi_1}{\mathrm{tg}\varphi_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \mathrm{const}. \tag{2.12}$$

Так как при совершенном контакте оба тела на поверхности соприкосновения имеют одинаковую температуру, то касательные у поверхности раздела проходят через одну и ту же точку.

2.2.3. Передача теплоты через плоскую однородную стенку при стационарном режиме

При стационарном тепловом состоянии температура с течением времени остается неизменной. В практике термической обработки изделий подобные случаи передачи тепла теплопроводностью встречаются при передаче тепла через плоские стенки печей. Чтобы получить выражения, позволяющие определить распределение температур в стенке и количество передающегося через нее тепла, необходимо решить дифференциальные уравнения теплопроводности совместно с краевыми условиями первого рода.

Рассмотрим однородную и изотропную стенку толщиной δ с постоянным коэффициентом теплопроводности (λ = const). На наружных поверхностях стенки поддерживают постоянные температуры t_{c1} и t_{c2}.

При заданных условиях температура будет изменяться только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки. Если ось Ox направить, как показано на рис. 2.2, то температура в направлении осей Oy и Oz будет постоянной:

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0. \qquad (2.13)$$

В связи с этим температура будет функцией только одной координаты x и дифференциальное уравнение теплопроводности для рассматриваемого случая запишется в виде:

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0. \qquad (2.14)$$

Граничные условия первого рода зададим следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\text{при } x = 0, \quad && t = t_{c1} \\ &\text{при } x = \delta, \quad && t = t_{c2} \end{aligned}\right\}. \qquad (2.15)$$

дающая энергией, количеством движения и электромагнитной массой. Поэтому тепловое излучение можно рассматривать как фотонный газ. Прохождение фотонов через вещество есть процесс поглощения и последующего испускания энергии фотонов атомами и молекулами вещества.

Таким образом, излучение имеет двойственный характер, поскольку оно обладает свойствами непрерывности полей электромагнитных волн и свойствами дискретности, типичными для фотонов.

Классификация излучения в зависимости от длины волны приведены в таблице 8.1. Некоторые виды излучения обладают свойствами превращаться в тепловую энергию. Поглощение телами энергии вызывает нагревание. Это свойство излучения определяется длиной волны в зависимости от температуры тела. В наибольшей мере такими свойствами обладает инфракрасное излучение с длиной волны от 0,4 до 40 мк. Видимый диапазон излучения – 0,4÷0,8 мк. Это излучение называется тепловым, а процесс распространения его энергии между телами в пространстве – тепловым излучением или лучистым теплообменом.

Таблица 8.1 – Классификация электромагнитного излучения

Виды излучения	Длина волны
Космическое	0,05 мкмк*
γ-излучение	0,5÷0,10 мкмк
Рентгеновское	1мкмк÷20 ммк
Ультрафиолетовое	20 ммк÷0,4 мк
Видимое	0,4÷0,8 мк
Тепловое (инфракрасное)	0,8 мк÷0,8мм
Радиоволны	более 0,2 мм

*1 мкмк = 10^{-9} мм; 1 ммк = 10^{-6} мм; 1 мк = 10^{-3} мм.

С увеличением температуры излучение увеличивается, так как увеличивается внутренняя энергия тела. Кроме того, изменение температуры сопровождается изменением спектрального состава излучения. При увеличении температуры растет интенсивность коротковолнового излучения, а интенсивность длинноволнового излучения уменьшается.

Излучение, относящееся к узкому интервалу длин волн от λ до $\lambda + \Delta\lambda$, называется потоком монохроматического, спектрального или

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8

ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ. СЛОЖНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

8.1. Цель работы

1. Ознакомиться с основными положениями теплообмена излучением.
2. Определить параметры теплопроводности при сложном теплообмене.

8.2. Основные положения

8.2.1. Лучистый теплообмен

Тепловое излучение представляет собой процесс распространения внутренней энергии излучающего тела путем электромагнитных волн. Электромагнитными волнами называют электромагнитные возмущения, исходящие от излучающего тела и распространяющиеся в вакууме со скоростью света, равной $3 \cdot 10^8$ м/с. При поглощении электромагнитных волн какими-либо другими телами они вновь превращаются в тепловую энергию. Возбудителями электромагнитных волн являются заряженные материальные частицы, т. е. электроны и ионы, входящие в состав вещества. При этом колебание ионов соответствует излучению низкой частоты. Излучение, обусловленное движением электронов, может иметь высокую частоту, если они входят в состав атомов и молекул, и удерживаются около своего центра равновесия значительными силами.

В металлах многие электроны являются свободными. Эти электроны движутся и испытывают нерегулярное торможение. Вследствие этого излучение металлов приобретает характер импульсов и имеет волны различной частоты, в том числе и волны низкой частоты.

Помимо волновых свойств, излучение обладает также и корпускулярными свойствами. Корпускулярные свойства состоят в том, что лучистая энергия испускается и поглощается материальными телами не непрерывно, а отдельными дискретными порциями – квантами света или же фотонами. Испускаемый фотон – частица материи, обла-

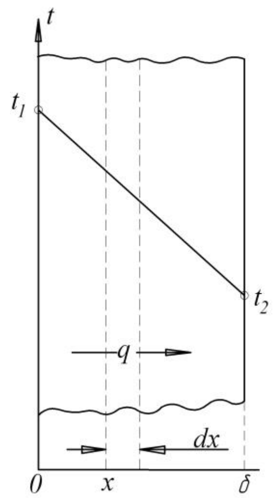

Рисунок 2.2 – Однородная плоская стенка

Уравнение (2.14) и условия (2.15) дают полную математическую формулировку рассматриваемой задачи. Закон распределения температуры в плоской стенке:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x. \tag{2.16}$$

Количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки в единицу времени в направлении оси *Ox*:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_{c1} - t_{c2}\right). \tag{2.17}$$

Из уравнения (2.17) следует, что количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки в единицу времени, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности λ, разности температур на наружных поверхностях стенки ($t_{c1} - t_{c2}$) и обратно пропорционально толщине стенки δ. Тепловой поток определяется не абсолютным значением температур, а их разностью $t_{c1} - t_{c2} = \Delta t$, которую называют *температурным напором*. Отношение λ/δ, Вт/(м^2 · °С) называется *тепловой проводимостью* стенки, а обратная величина δ/λ, (м^2 · °С)/Вт – тепловым или *термическим сопротивлением стенки*. Последнее представляет собой падение температуры в стенке на единицу плотности теплового потока. Уравнение температурного поля имеет вид:

$$t = t_{c1} - \frac{q}{\lambda} x. \tag{2.18}$$

Определив величину теплового потока, можно вычислить и количество тепла Q, переданное через плоскую стенку поверхностью F в течение времени τ, ккал:

$$Q = qF\tau = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t F\tau. \tag{2.19}$$

2.3. Порядок выполнения работы

1. Дать определение закона сохранения энергии.
2. Написать общий вид дифференциального уравнения теплопроводности.
3. Дать определение граничным условиям первого рода для плоской однородной стенки.
4. Решить задачи.

Задача 1

Дано: толщина стенки печи δ = 50 мм, температуры на поверхностях стенки поддерживаются постоянными: t_{c1} = 100 °С и t_{c2} = 90 °С.

Найти: плотность теплового потока через плоскую однородную стенку, толщина которой значительно меньше ширины и высоты,

Задача 5

Дано: плоская воздушная прослойка δ = 25 мм. Температура горячей поверхности t_{c1} = 150 °С и холодной t_{c2} = 50 °С.

Найти: эквивалентный коэффициент теплопроводности плоской воздушной прослойки.

Задача 6

Дано: через трубу диаметром d = 50 мм и длиной l = 3 м протекает вода со скоростью ω = 0,8 м/с, если для воды $\lambda_ж$ = = 0,552 ккал/м·ч·°С; $\nu_ж = 5{,}56 \cdot 10^{-7}$ м^2/с и $a_ж = 5{,}6 \cdot 10^{-4}$ м^2/ч.

Найти: коэффициент теплоотдачи, если средняя температура воды $t_ж$ = 50 °С.

Вопросы для самопроверки

1. Что называют критерием подобия?
2. Какие теоремы подобия Вам известны?
3. Какие величины надо измерять в опытах?
4. Как обрабатывать результаты опыта?
5. Какие явления подобны изучаемому?
6. Что характеризуют критерии Нуссельта и Био?
7. Что характеризуют числа Рейнольдса и Пекле?
1. Что характеризуют критерии Грасгофа и Прандтля?
12. Что характеризует критерий Фурье?
13. Дать определение конвективного теплообмена.
14. Какие различают виды конвективного движения?
15. Какие бывают режимы движения жидкости (газа)?
16. Какой слой называют пограничным?
17. Как происходит перенос тепла при ламинарном и турбулентном движении?
18. Как определяется коэффициент теплоотдачи при естественном движении воздуха вдоль стен печи?

Рекомендуемая литература: [1–6].

Задача 1

Дано: необходимо опытным путем определить распределение температур в длинном стальном вале диаметром d = 400 мм через время τ = 2,5 ч после загрузки его в печь. Для стали коэффициенты теплопроводности и температуропроводности равны соответственно: λ = 42 Вт/(м · °С); a = 1,18 · 10^{-5} м^2/с. Коэффициент теплоотдачи к валу в печи α = 116 Вт/(м · °С).

Исследование решено проводить в небольшой печи на геометрически подобной модели вала, выполненной из легированной стали. Для модели принимаем $\lambda_м$ = 16 Вт/(м · °С); $a_м$ = 0,53 · 10^{-5} м^2/с; $\alpha_м$ = 150 Вт/(м · °С).

Найти: диаметр модели вала $d_м$ и промежуток времени, через который после загрузки модели в печь необходимо измерить распределение температур в модели.

Задача 2

Дано: вертикальный голый паропровод диаметром d = 100 мм и высотой h = 4 м имеет температуру стенки t_c = 170 °С, а температура среды (воздуха) составляет $t_ж$ = 30 °С при λ = 0,0263 ккал/м·ч·°С; ν = 2,37·10^{-5} м^3/сек; критерий Pr = 0,72 – так как двухатомный газ.

Найти: потерю тепла в час вертикальным голым паропроводом.

Задача 3

Дано: вдоль кирпичной стенки печи движется газ со скоростью ω = 3 м/с. Температура газа 500 °С, а стенки – 1000 °С.

Найти: количество тепла передаваемого через 1 м^2 кирпичной стенки печи.

Задача 4

Дано: температура наружной вертикальной стенки печи 100 °С. Температура воздуха в цехе 20 °С.

Найти: передачу тепла конвекцией от стенки печи к воздуху.

если стенка выполнена:

1) из стали [при λ = 40 Вт/ (м · °С)];

2) из бетона [при λ = 1,1 Вт/ (м · °С)];

3) из диатомитового кирпича [при λ = 0,11 Вт/ (м · °С)].

Задача 2

Дано: плотность теплового потока через плоскую стенку печи толщиной δ = 50 мм составляет q = 70 Вт/м^2.

Найти: разность температур на поверхностях стенки и численные значения градиента температуры в стенке, если она выполнена:

а) из латуни [при λ = 70 Вт/ (м · °С)]; б) из красного кирпича [при λ = 0,7 Вт/ (м · °С)]; в) из пробки [при λ = 0,07 Вт/ (м · °С)].

Задача 3

Дано: стенка термической печи выполнена из красного кирпича длиной l = 5 м, высотой h = 4 м, толщиной δ = 0,250 м, температуры на поверхности стенки поддерживаются t_{c1} = 110 °С и t_{c2} = 40 °С, коэффициент теплопроводности красного кирпича составляет λ = = 0,70 Вт/(м · °С).

Определить: потерю теплоты (Q, Вт) через стенку из красного кирпича.

Задача 4

Дано: стенка печи толщиной δ = 40 мм имеет разность температур на поверхностях Δt = 20 °С, плотность теплового потока составляет q = 145 Вт/м^2.

Найти: коэффициент теплопроводности материала стенки.

Вопросы для самопроверки

1. Как определить коэффициент теплопроводности?
2. Что включают в себя краевые условия для процессов теплопроводности?
3. Что характеризуют начальные условия и как аналитически

записываются?

4. Какие бывают виды граничных условий?

Рекомендуемая литература: [1–6].

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3

НАХОЖДЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ОДНОРОДНОЙ СТЕНКЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ $\lambda = \lambda(T)$

3.1. Цель работы

1. Изучить физический смысл коэффициента теплопроводности.
2. Найти распределение температуры в однородной плоской стенке при переменном коэффициенте теплопроводности.

3.2. Основные положения

Множитель пропорциональности λ в уравнении закона Фурье называется коэффициентом теплопроводности. Он является физическим параметром вещества и характеризует собой способность вещества проводить тепло:

$$\lambda = -\frac{q}{\mathrm{grad}\,t} = \frac{Q}{\frac{F\tau\Delta t}{l}}. \qquad (3.1)$$

Следовательно, величина коэффициента теплопроводности определяет собой количество тепла, которое проходит в единицу времени через единицу поверхности при падении температуры в 1 °С на единицу длины и измеряется в Вт/м · ч · °С или ккал/м · ч · °С.

Для различных веществ коэффициент теплопроводности различен и для каждого из них зависит от структуры, объемного веса, влажности, давления и температуры. При технических расчетах значе-

Таблица 7.1 – Пределы изменения коэффициента теплоотдачи конвекцией при различных условиях

№ п/п	Условие теплообмена	Пределы изменения коэффициентов теплоотдачи, Вт/м^{2}град
1	Для газов при естественной конвекции	6–116
2	Для воды при естественной конвекции	116–1160
3	Для газов при движении в трубах и каналах или между трубами	12–350
4	Для воды при движении в трубах	600–11600
5	При кипении воды (пузырчатое)	2320–46400

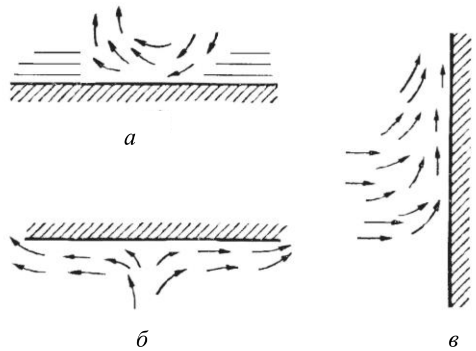

Рисунок 7.3 – Схема конвекции от наружной поверхности печи: *а* – горизонтальное положение поверхности, обращенной кверху; *б* – горизонтальное положение поверхности, обращенной книзу; *в* – вертикальное положение поверхности

7.3. Порядок выполнения работы

1. Нарисовать характер движения жидкости в трубе при ламинарном, переходном и турбулентном режимах.
2. Нарисовать характер изменения температуры в пограничном слое.
3. Решить задачи.

Для газов с молекулой, состоящей из четырех и более атомов, Pr = 1 и для вынужденного стационарного движения Nu = *f*(Re), а для свободного стационарного движения Nu = *f*(Gr).

Итак, теория подобия позволяет, не интегрируя дифференциальных уравнений, получить из них критерии подобия и используя опытные данные, установить критериальные зависимости, которые справедливы для всех подобных между собой процессов. Однако такие обобщенные зависимости ограничены условиями подобия, и из них нельзя делать заключения, выходящие за пределы этих ограничений. Всегда нужно помнить, что общего решения теория подобия не дает: она позволяет лишь обобщать опытные данные в области, ограниченной условиями подобия. Поэтому результаты отдельного опыта закономерно распространять только на подобные между собой явления и процессы.

7.2.3. Значение теплопередачи конвекцией в нагревательных печах

Большое значение для рабочего пространства нагревательных печей имеет конвекция при температурах в печи ниже 600–700 °С и средней скорости потока газов, омывающих поверхность нагрева, больше 5 м/с. В остальных случаях, за исключением нагрева в жидких средах, она имеет вспомогательное значение. Однако для всех видов газо- и воздухонагревателей имеет первостепенную важность. Особое значение конвективная составляющая имеет при охлаждении металла после обработки давлением или термообработок, так как весь технологический цикл включает не только процесс нагрева, но и охлаждения. Для ориентировочных расчетов необходимо также знать пределы изменения коэффициента теплоотдачи конвекцией при разных условиях (табл. 7.1).

При естественном движении воздуха около нагревающегося или остывающего твердого тела коэффициент теплоотдачи определяют по эмпирическим формулам типа $\alpha_к = A\sqrt[4]{\Delta t}$: для вертикальных стен печи (плит) A = 2,2, при горизонтальном положении поверхности для плит, обращенных кверху (для свода печи) A = 2,8, а для плит, обращенных книзу (для пода печи) принимают A = 1,4 (рис. 7.3).

ния коэффициента теплопроводности обычно выбираются из справочных таблиц. Эти значения коэффициента теплопроводности принимаются как λ = const. В действительности же, вследствие зависимости от температуры коэффициент теплопроводности λ является переменной величиной $\lambda = \lambda(t)$. Для большинства материалов получается линейная зависимость:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + \beta t), \tag{3.2}$$

где λ_0 – коэффициент теплопроводности при 0 °С; β – const, определяемая опытным путем.

В практических расчетах значение коэффициента теплопроводности обычно определяется по среднеарифметической из граничных значений температур тела:

$$\lambda_{ср} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \lambda_0 \left[1 + \beta\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)\right]. \tag{3.3}$$

При этом плотность теплового потока q на поверхности стенки, Вт/м^2:

$$q = \frac{\lambda_{ср}}{\delta}\left(t_{с1} - t_{с2}\right). \tag{3.4}$$

Из уравнения (3.4) следует, что если коэффициент теплопроводности λ зависит от температуры, то q можно вычислить в предположении, что λ = const, принимая для него средне-интегральное значение в интервале температур от $t_{с1}$ до $t_{с2}$, и температурное поле определяется по формуле:

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{\beta} + t_{с1}\right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0 \beta}} - \frac{1}{\beta}. \tag{3.5}$$

Из уравнения (3.5) следует, что температура в стенке изменяется не линейно, а по кривой. Характер температурной кривой определяется знаком и числовым значением коэффициента β. При этом, если коэффициент β положительный, то выпуклость кривой направлена вверх, а если β отрицательный – вниз рис. (3.1).

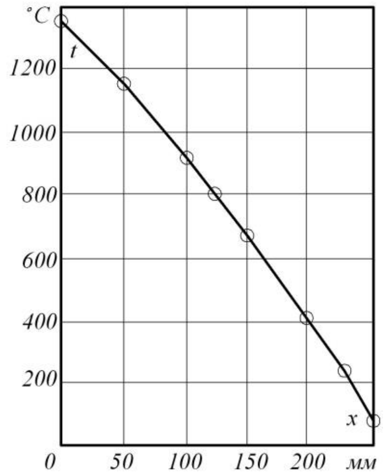

Рисунок 3.1 – Распределение температур в стенке при переменном коэффициенте теплопроводности

3.3. Порядок выполнения работы

1. Решить задачи.

Задача 1

Дано: плоскую линейную поверхность необходимо изолировать так, чтобы потери теплоты с единицы поверхности в единицу времени не превышали 450 Вт/м^2. Температура поверхности под изоляцией t_{c1} = 450 °С, температура внешней поверхности изоляции t_{c2} = 50 °С.

Найти: толщину изоляции для двух случаев, если:

1) изоляция выполнена из совелита, для которого $\lambda = 0{,}09 + 0{,}0000874t$;

Для условий работы нагревательных устройств реальные газы можно рассматривать как идеальные, т. к. они находятся при низких давлениях (ниже 200 Па). Для реальных газов и жидкостей число Прандтля определяется опытным путем. Так для воды оно изменяется в зависимости от температуры от 0,56 до 13,67. Численные значения Pr, характеризующее динамические свойства жидкости и газов, приводятся в справочных таблицах. Критерий Pr можно получить из соотношения $\mathrm{Pr} = \mathrm{Pe}/\mathrm{Re}$.

Чаще всего целью экспериментального изучения конвективного теплообмена является определение коэффициента теплоотдачи α. Поэтому опытные данные обычно обрабатывают в виде *критериального уравнения:*

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Fo}, \mathrm{Re}, \mathrm{Pe}, \mathrm{Gr}) \tag{7.14}$$

или

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Fo}, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Gr}). \tag{7.15}$$

Для ряда конкретных задач это общее критериальное уравнение упрощается. Например, при стационарном состоянии выпадает критерий *Fo*:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pe}, \mathrm{Gr}). \tag{7.16}$$

При *стационарном вынужденном движении*, кроме критерия Fo, выпадает также критерий Gr:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}). \tag{7.17}$$

Наоборот, *при свободном стационарном движении* выпадают Fo и Re:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Pr}, \mathrm{Gr}). \tag{7.18}$$

$$\mathrm{Pe} = \frac{\omega l}{a} = \frac{\omega l}{\nu}\frac{\nu}{a} = \mathrm{Re\,Pr}. \qquad (7.11)$$

Все критерии имеют определенный физический смысл, в соответствии с которым они применяются. *Критерий* Re характеризует вынужденное движение:

$$\mathrm{Re} = \frac{\omega d}{\nu} = \frac{\omega d}{\mu/\rho} = \frac{\rho\omega d}{\mu} \quad \frac{\omega}{\omega} = \frac{\rho\omega^2}{\mu\,\omega/d}, \qquad (7.12)$$

так как представляет собой отношение инерционных сил ($\rho\omega^2$) к силам трения ($\mu\omega/d$).

Для свободного движения применяется *критерий Грасгофа*:

$$\mathrm{Gr} = \beta\frac{gl^3}{\nu^2}\Delta T. \qquad (7.13)$$

Свободное движение возникает как результат разности плотностей, определяемой перепадом температур ΔT . В результате наличия разности температур ΔT создается разность плотностей ($\rho - \rho_0$), от которой зависит коэффициент объемного расширения $\beta = (\rho - \rho_0)/\rho$. Таким образом, критерий Gr характеризует меру отношения подъемной силы к силе вязкого трения при свободном движении.

Критерий Нуссельта $\mathrm{Nu} = \dfrac{\alpha l}{\lambda} = \dfrac{\alpha}{\lambda/l}$ характеризует связь между интенсивностью теплоотдачи и температурным полем в пограничном слое.

В зависимости от атомарности идеального газа *число Прандтля* имеет следующие значения: для одноатомных газов – 0,67, для двухатомных газов – 0,72, для трехатомных газов – 0,8, для четырехатомных (и более) газов – 1,0.

2) изоляция выполнена из азботермита, для которого $\lambda = 0{,}109 + 0{,}000146t$.

Задача 2

Дано: на поверхностях кирпичной стенки поддерживаются температуры $t_{c1} = 20$ °C и $t_{c3} = -30$ °C. Коэффициент теплопроводности кирпича составляет $\lambda = 0{,}6$ ккал/м · ч · °C.

Найти: часовую потерю тепла через кирпичную стенку длиной 5 м, высотой 3 м и толщиной 250 мм.

Задача 3

Дано: Стенка толщиной $\delta = 30$ мм имеет $\Delta t = 30$ °C, через которую проходит тепловой поток $q = 100$ ккал/м^2·ч.

Найти: значение коэффициента теплопроводности материала стенки?

Задача 4

Дано: плоская стенка выполнена из шамотного кирпича толщиной $\delta = 250$ мм. Температура ее поверхностей под изоляцией $t_{c1} = 1350$ °C и $t_{c2} = 50$ °C. Коэффициент теплопроводности шамотного кирпича является функцией от температуры $\lambda = 0{,}838(1 + 0{,}0007t)$.

Найти: значения температуры в стенке и изобразить в масштабе распределение температуры.

Вопросы для самопроверки

1. Что характеризует коэффициент теплопроводности?
2. В чем отличие распределения температуры в плоской однородной стенке при $\lambda = \mathrm{const}$ и $\lambda = \lambda(t)$?
3. Как меняется характер температурной кривой в зависимости от знака коэффициента β?

Рекомендуемая литература: [1–6].

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4

ПЕРЕДАЧА ТЕПЛОТЫ ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ МНОГОСЛОЙНУЮ СТЕНКУ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПЕРВОГО РОДА

4.1. Цель работы

1. Определить распределение тепла в многослойной стенке при граничных условиях первого рода теоретическим и графическим способом.

4.2. Основные положения

Стенки, состоящие из нескольких разнородных слоев, называются *многослойными*. Обмуровка печей, котлов и других тепловых устройств состоит из нескольких слоев: слоя огнеупорной кладки, слоя обычного кирпича и слоя тепловой изоляции. Кладка термических печей состоит из нескольких слоев огнеупорного и теплоизоляционного материала, называемых футеровкой. Например, стенка состоит из трех разнородных, но плотно прилегающих друг к другу слоев (рис. 4.1).

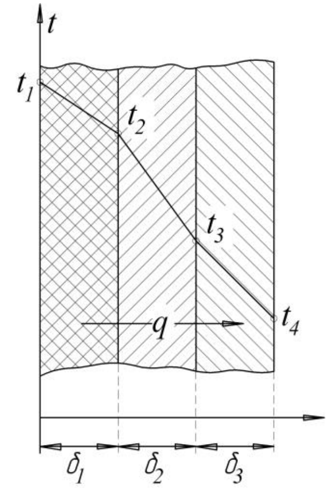

Рисунок 4.1 – Многослойная плоская стенка

Если критерий Рейнольдса Re < 2200, то будет ламинарное движение, а если Re > 2200, то будет турбулентное движение жидкости.

Критерий Пекле является мерой соотношения между теплоемкостью и теплопроводностью системы. Его можно представить как:

$$\mathrm{Pe} = \frac{\omega l}{a} = \frac{\rho c_p \omega}{\lambda / l}, \tag{7.8}$$

где a – коэффициент температуропроводности, м^2/с.

Здесь числитель характеризует теплоту, переносимую конвекцией, а знаменатель – теплоту, переносимую теплопроводностью. Поэтому критерий Пекле является показателем соотношения переноса тепла конвекцией и теплопроводностью.

Основным критерием теплообмена при свободной конвекции является *критерий Грасгофа:*

$$\mathrm{Gr} = \frac{\beta l^3 g \Delta t}{\nu^2}, \tag{7.9}$$

где β – коэффициент объемного расширения, 1/°С; Δt – разность температур, К; l – характерный размер, м; ν – коэффициент кинематической вязкости, м^2/с.

Число Грасгофа характеризует подъемную силу, возникающую в жидкости вследствие разности плотностей.

Критерий Прандтля характеризует соотношение между полями физических параметров жидкости:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}. \tag{7.10}$$

Критерий Пекле может быть записан следующим образом:

ния подобны изучаемому, ответ дает третья теорема: подобны те явления, у которых подобны условия однозначности и равны определяющие критерии. Благодаря этим ответам теория подобия по существу является теорией эксперимента.

Первый из этих безразмерных критериев обозначают Nu и называют *числом Нуссельта* или безразмерным коэффициентом теплоотдачи:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l_0}{\lambda}. \tag{7.5}$$

Число Нуссельта характеризует теплообмен на границе стенка – жидкость. В задачах конвективного теплообмена число Nu обычно является искомой величиной, поскольку в него входит определяемая величина α.

Критерий Био определяется интенсивностью теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой:

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda} = \frac{\delta/\lambda}{1/\alpha}. \tag{7.6}$$

Он является самым важным параметром теории теплопроводности.

Несмотря на внешнее сходство с числом Био при изучении теплопроводности, число Нуссельта существенно отличается от него. В число Bi входит коэффициент теплопроводности твердого тела, а в число Nu – коэффициент теплопроводности жидкости.

Безразмерный критерий подобия Re называют *числом Рейнольдса*, который характеризует соотношение сил инерции и сил вязкости жидкости:

$$\mathrm{Re} = \frac{\omega l}{\nu} = \frac{\rho\omega l}{\mu}, \tag{7.7}$$

где ν – кинематическая вязкость среды, м^2/с; ω – скорость движения среды, м/с; μ – коэффициент вязкости среды; ρ – плотность среды.

Толщина первого слоя равна δ_1, второго δ_2 и третьего δ_3. Соответственно коэффициенты теплопроводности слоев равны λ_1, λ_2 и λ_3. Кроме того, известны температуры внутренней и внешней поверхности многослойной стенки t_{c1} и t_{c4}. Благодаря хорошему контакту между слоями – соприкасающиеся поверхности разных слоев имеют одну и ту же температуру, но значения этих температур неизвестны. Обозначим неизвестные температуры через t_{c2} и t_{c3}. При стационарном режиме количество тепла, проходящего через каждый слой, одинаково и постоянно. Поэтому для каждого слоя можно написать формулы (4.1) и (4.2).

$$\left.\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{c1} - t_{c2}), \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_{c2} - t_{c3}), \\ q &= \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_{c3} - t_{c4}) \end{aligned}\right\} \ (4.1) \qquad \left.\begin{aligned} t_{c1} - t_{c2} &= q\frac{\delta_1}{\lambda_1}, \\ t_{c2} - t_{c3} &= q\frac{\delta_2}{\lambda_2}, \\ t_{c3} - t_{c4} &= q\frac{\delta_3}{\lambda_3} \end{aligned}\right\} \ (4.2)$$

Сумма изменений температуры в каждом слое составляет полный температурный напор. Складывая отдельно левые и правые части системы уравнений (4.2), получаем:

$$t_{c1} - t_{c4} = q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}\right). \tag{4.3}$$

Определяем значение теплового потока q:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} + \dfrac{\delta_3}{\lambda_3}}. \tag{4.4}$$

По аналогии определяем расчетную формулу для *n*-слойной стенки:

$$q_1 = \frac{t_{c1} - t_{cn+1}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \tag{4.5}$$

Иногда ради сокращения выкладок многослойную стенку рассчитывают как однослойную (однородную) стенку толщиной Δ. При этом в расчет вводится так называемый *эквивалентный коэффициент теплопроводности*, значение которого определяется из следующего соотношения:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{\lambda_{экв}}{\Delta}(t_{c1} - t_{c4}). \tag{4.6}$$

Отсюда имеем, что:

$$\lambda_{экв} = \frac{\Delta}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \tag{4.7}$$

Таким образом, эквивалентный коэффициент теплопроводности зависит только от значений термических сопротивлений и толщины отдельных слоев стенки.

4.3. Порядок выполнения работы

1. Нарисовать многослойную плоскую стенку (рис. 4.1).
2. Нанести значения температур каждого слоя стенки и построить температурную кривую.

свойством критериев подобия й служит проверкой правильности их составления и вычисления. Критерии подобия принято называть именами ученых, работавших в соответствующей области науки, и обозначать символами, состоящими из начальных букв их фамилий. Установление связи между константами подобия и вывод выражений для критериев подобия составляет содержание *первой теоремы подобия*. В общей форме эта теорема формулируется так: подобные между собой явления имеют одинаковые критерии подобия (теорема Ньютона).

Вторая теорема подобия устанавливает возможность представления интеграла, как функции от критериев подобия дифференциального уравнения (теорема Федермана – Букингама). На основании этой теоремы любая зависимость между переменными, характеризующими какое-либо явление, может быть представлена в виде зависимости между критериями подобия K_1, K_2, … K_n :

$$f = (K_1, K_2, \ldots, K_n) = 0. \tag{7.4}$$

Зависимость такого вида называется *обобщенным или критериальным уравнением.* Так как для всех подобных между собой явлений критерии подобия сохраняют одно и то же значение, то и критериальные зависимости для них одинаковы. Следовательно, представляя результаты какого-либо опыта в критериях подобия, мы получим обобщенную зависимость, которая справедлива для всех подобных между собой явлений.

Третья теорема подобия формулируется так: подобны те явления, условия однозначности которых подобны, и критерии, составленные из условий однозначности, численно одинаковы (теорема акад. М. В. Кирпичева и А. А. Гухмана).

В изложенных трех теоремах содержатся ответы на поставленные выше три вопроса. *На первый вопрос* о том, какие величины надо измерять в опыте, отвечает первая теорема: в опытах нужно измерять все те величины, которые содержатся в критериях подобия изучаемого процесса. *На второй вопрос* о том, как обрабатывать результаты опыта, отвечает вторая теорема: результаты опыта необходимо обрабатывать в критериях подобия, и зависимость между ними представлять в виде критериальных уравнений. *На третий вопрос* о том, какие явлекоторое по сравнению с термическим сопротивлением ядра оказывается определяющим (рис. 7.2). Наибольшее падение температуры происходит в пределах ламинарного пограничного слоя у стенки.

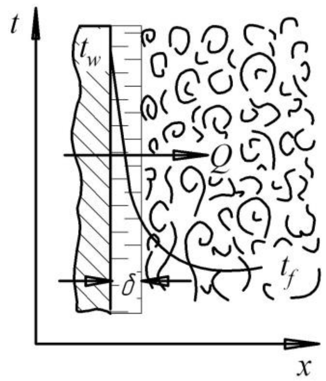

Рисунок 7.2 – Характер изменения температуры в пограничном слое при нагревании жидкости

7.2.2. Теория подобия

Теория подобия это учение о подобных явлениях. Вследствие ограниченных возможностей аналитического метода большое значение в изучении процессов теплоотдачи имеет эксперимент. При постановке эксперимента обычно преследуют две цели: 1) подробно изучить рассматриваемое явление; 2) получить данные для расчета других явлений, родственных изучаемому. Однако распространять результаты отдельного опыта закономерно только на так называемые *подобные* между собой явления. Следовательно, в зависимости от цели эксперимента при его постановке необходимо заранее знать: 1) какие величины надо измерять в опыте; 2) как обрабатывать результаты опыта; 3) какие явления подобны изучаемому.

На эти три вопроса ответ содержится в трех теоремах теории подобия.

Для всех подобных между собой явлений сохраняют одно и то же числовое значение. Эти так называемые *критерии подобия.* Они являются безразмерными комплексами, составленными из величин, характеризующих явление. Нулевая размерность является основным

3. Решить задачи.

Задача 1

Дано: толщина стенки котла δ_1 = 20 мм, коэффициент теплопроводности материала λ_1 = 50 ккал/м · ч · °С и с внутренней стороны стенка покрыта слоем котельной накипи толщиной δ_2 = 2 мм, с коэффициентом теплопроводности λ_2 = 1,0 ккал/м · ч · °С. Температура наружной поверхности t_{c1} = 250 °С и внутренней t_{c3} = 200 °С.

Найти: часовое количество тепла, проходящее через 1 м^2 многослойной стенки котла.

Задача 2

Дано: толщина листа трансформаторного железа δ_1 = 0,5 мм, между листами проложена бумага толщиной δ_2 = 0,05 мм. Коэффициент теплопроводности железа λ_1 = 54 ккал/м · ч · °С и бумаги λ_2 = 0,1 ккал/м · ч · °С.

Найти: значение эквивалентного коэффициента теплопроводности пакета листового трансформаторного железа из *n* листов.

Задача 3

Дано: обмуровка термической печи состоит из двух слоев футеровки (шамотного и красного кирпича), между которыми расположена засыпка из диатомита. Толщина шамотного слоя футеровки печи составляет δ_1 = 120 мм, а диатомитовой засыпки – δ_2 = 250 мм. Коэффициенты теплопроводности материалов соответственно равны λ_1 = 0,93, λ_2 = 0,13, λ_3 = 0,7 Вт/(м · °С).

Найти: какой толщины следует сделать слой из красного кирпича δ_3, если отказаться от применения засыпки из диатомита, чтобы тепловой поток через обмуровку печи оставался неизменным?

Вопросы для самопроверки

1. Как определить при стационарном режиме количество тепла, проходящего через каждый слой стенки и температуры в каждом

слое стенки?

2. Какой вид кривой имеет распределение температуры в многослойной плоской стенке?

3. Как графическим способом можно определить промежуточные температуры между слоями многослойной плоской стенки?

Рекомендуемая литература: [1–6].

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5

НАХОЖДЕНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА И ТЕМПЕРАТУРЫ В ОДНОРОДНОЙ СТЕНКЕ

5.1. Цель работы

1. Определить распределение тепла в однородной стенке при граничных условиях второго и третьего рода.

5.2. Основные положения

5.2.1. Граничные условия третьего рода (теплопередача)

Передача тепла из одной подвижной среды (жидкости или газа) к другой через разделяющую их однородную или многослойную твердую стенку любой формы называется *теплопередачей*. Теплопередача включает в себя теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке, теплопроводность в стенке, теплоотдачу от стенки к более холодной подвижной среде.

Пусть плоская однородная стенка имеет толщину δ (рис. 5.1). Заданы коэффициенты теплопроводности стенки λ, температуры окружающей среды $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, а также коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2. Считать, что величины $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1 и α_2 постоянны и не меняются вдоль поверхности. Это позволяет рассматривать изменение температуры жидкостей и стенки только в направлении перпендикулярном плоскости стенки.

При заданных условиях необходимо найти тепловой поток от горячей жидкости к холодной и температуры на поверхностях стенки.

Плотность теплового потока от горячей жидкости к стенке

возникает под действием посторонних возбудителей, например, под действием ветра, насоса или вентилятора. Условия такого движения зависят от рода и физических свойств жидкости, ее температуры, скорости движения, формы и размеров канала, в котором происходит движение.

В общем случае наряду с вынужденным одновременно может быть и свободное движение. Относительное влияние последнего тем больше, чем меньше скорость вынужденного движения.

Различают два режима движения: *ламинарное и турбулентное.* В первом случае частицы жидкости движутся параллельно стенкам канала, а во втором – неупорядоченно, хаотически (рис. 7.1).

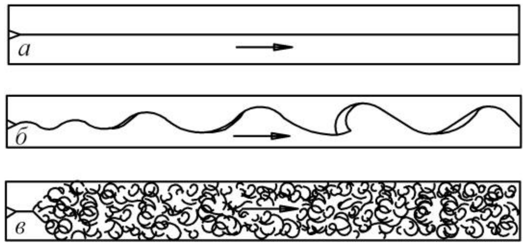

Рисунок 7.1 – Характер движения жидкости в трубе
при ламинарном (*а*), переходном (*б*) и турбулентном (*в*) режимах

При ламинарном режиме перенос тепла в направлении нормали к стенке в основном осуществляется путем теплопроводности и определяется коэффициентом теплопроводности жидкости.

При турбулентном режиме не вся масса жидкости имеет неупорядоченный характер движения. Около стенки, ограничивающей поток, всегда имеется тонкий слой жидкости, в котором сохраняется ламинарный характер движения. Это так называемый *пограничный слой.* Толщина этого слоя зависит от средней скорости потока и с увеличением последней уменьшается.

При турбулентном режиме такой способ переноса тепла сохраняется лишь в ламинарном пограничном слое, а внутри турбулентного ядра перенос осуществляется путем интенсивного перемешивания частиц жидкости. В этих условиях интенсивность теплоотдачи в основном определяется термическим сопротивлением пограничного слоя,

$$
\left.\begin{aligned}
Q &= \alpha(t_{ж} - t_{с})F\tau\,; \\
q &= \alpha(t_{ж} - t_{с})F \;\text{ или} \\
q &= \alpha(t_{ж} - t_{с})\,.
\end{aligned}\right\} \tag{7.2}
$$

Согласно этому закону тепловой поток q от среды к стенке или от стенки к среде пропорционален разности температур между температурой жидкости (газа) $t_{ж}$, омывающей поверхность стенки, и температурой поверхности стенки $t_{с}$ площадью F, участвующей в теплообмене.

Коэффициент пропорциональности α, учитывающий конкретные условия теплообмена между жидкостью (газом) и поверхностью стенки, называется *коэффициентом теплоотдачи*, Вт/м^2 · °С:

$$
\alpha = \frac{q}{t_{ж} - t_{с}}. \tag{7.3}
$$

Таким образом, *коэффициент теплоотдачи* – это величина, характеризующая интенсивность теплоотдачи и равная плотности теплового потока на поверхности раздела, отнесенный к температурному напору между средой и поверхностью. Коэффициент теплоотдачи зависит от большого количества факторов. В общем случае α является функцией формы и размеров тела, режима движения, скорости и температуры жидкости, физических параметров жидкости и других величин. По природе возникновения движения среды различают два рода – это *свободное и вынужденное.*

Свободным называется такое движение, которое возникает вследствие разности плотностей нагретых и холодных частиц жидкости. Возникновение и интенсивность свободного движения всецело определяются тепловыми условиями процесса и зависят от рода жидкости, разности температур и объема пространства, в котором протекает процесс. Свободное движение называется также *естественной конвекцией*.

Вынужденным называется такое движение жидкости, которое

определяется уравнением:

$$
q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{с1}). \tag{5.1}
$$

При стационарном тепловом режиме тот же тепловой поток пройдет через твердую стенку благодаря ее теплопроводности:

$$
q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{с1} - t_{с2}). \tag{5.2}
$$

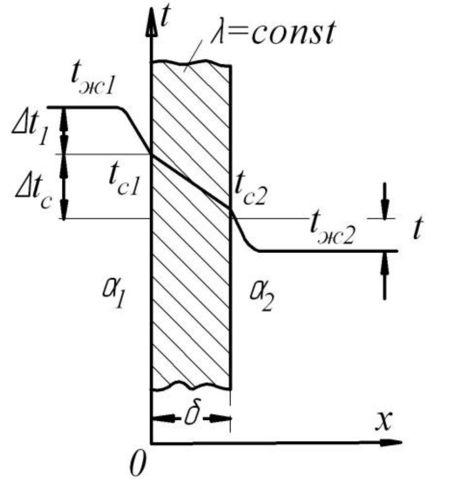

Рисунок 5.1 – Теплопередача через плоскую стенку

Тот же тепловой поток передается от второй поверхности стенки к холодной жидкости за счет теплоотдачи:

$$
q = \alpha_2 (t_{с2} - t_{ж2}). \tag{5.3}
$$

Уравнение (5.1) – (5.3) можно записать в виде системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} q\frac{1}{\alpha_1} &= t_{ж1} - t_{с1}; \\ q\frac{\delta}{\lambda} &= t_{с1} - t_{с2}; \\ q\frac{1}{\alpha_2} &= t_{ж2} - t_{с2}. \end{aligned}\right\}, \tag{5.4}$$

отсюда плотность теплового потока, Вт/м^2:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}. \tag{5.5}$$

или

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}). \tag{5.6}$$

Величина k имеет ту же размерность, что и α, и называется *коэффициентом теплопередачи*. Коэффициент теплопередачи k характеризует интенсивность передачи теплоты от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку и численно равен количеству теплоты, которое передается через единицу поверхности стенки в единицу времени при разности температур между жидкостями в один градус.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется *полным термическим сопротивлением теплопередачи.* Полное термическое сопротивление однослойной стенки запишется:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \tag{5.7}$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН. ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ

7.1. Цель работы

1. Ознакомиться с основными положениями конвективного теплообмена.
2. Изучить физический смысл критериев подобия.

7.2. Основные положения

7.2.1. Конвективный теплообмен в однородной среде

Понятие конвективного теплообмена охватывает процесс теплообмена при движении жидкости или газа. При этом перенос теплоты осуществляется одновременно конвекцией и теплопроводностью.

Под *конвекцией теплоты* понимают перенос теплоты при перемещении макрочастиц жидкости или газа в пространстве из области с одной температурой в область с другой. Конвекция возможна только в текучей среде, здесь перенос теплоты неразрывно связан с переносом самой среды и зависит от ее скорости перемещения.

Конвекция теплоты всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении жидкости или газа неизбежно происходит соприкосновение отдельных частиц, имеющих различные температуры, поэтому конвективный теплообмен описывают уравнением:

$$\vec{q}_{конв} = \vec{q}_{тпр} + \vec{q}_{конв\,1} = -\lambda \nabla t + \rho \vec{\omega} i, \tag{7.1}$$

где $q_{тпр}$ – перенос теплоты теплопроводностью; $\vec{q}_{конв\,1}$ – перенос теплоты конвекцией среды; ρ – плотность жидкости; i – энтальпия; $\vec{\omega}$ – скорость среды, направленная по нормали к поверхности.

Основным законом конвективного теплообмена является *закон Ньютона – Рихмана*; Q – в Дж; q – в Вт или Вт/м^2:

Задача 3

Дано: труба внутренним диаметром d_1 =100 мм и внешним диаметром d_2 =110 мм покрыта двухслойной изоляцией. Толщина первого слоя изоляции δ_2 = 20 мм и второго слоя изоляции δ_3 = 40 мм. Коэффициенты теплопроводности трубы и изоляции соответственно равны: λ_1 = 45 Вт/(м · °С), λ_2 = 16 Вт/(м · °С) и λ_3 = 0,06 Вт/(м · °С). Температура внутренней поверхности трубы t_{c1} = 120 °С и внешней поверхности изоляции t_{c4} = 20 °С.

Найти: тепловые потери по длине трубопровода и температуры на поверхностях раздела отдельных слоев t_{c2}, t_{c3}.

Задача 4

Найти: решить задачу № 3 по упрощенной формуле при условии, что $\varphi \approx 1$. Сравнить результаты расчета с ответом задачи № 3.

Задача 5

Дано: шахтная термическая печь СШО-6.12/7 с внутренним диаметром d_1 = 600 мм имеет два слоя футеровки. Первый слой футеровки выполнен из шамотного кирпича толщиной δ_1 = 70 мм, второй – из слоя ультралегковесного кирпича толщиной δ_2 = 150 мм. Коэффициенты теплопроводности футеровочных слоев печи соответственно равны: λ_1 = 0,645 Вт/(м · °С), λ_2 = 0,116 Вт/(м · °С). Температура внутренней поверхности печи t_{c1} = 700 °С, а внешней поверхности t_{c4} = 30 °С.

Найти: тепловые потери через боковые стенки шахтной печи и температуры на поверхностях раздела футеровочных слоев t_{c2}, t_{c3}.

Вопросы для самопроверки

1. Как определить тепловой поток цилиндрической стенки?
2. Что характеризует линейный коэффициент теплопередачи?
3. Какие составляющие полного термического сопротивления цилиндрических стенок при граничных условиях первого и третьего рода?

Рекомендуемая литература: [1–6].

Из уравнения (5.7) видно, что полное термическое сопротивление складывается из частных термических сопротивлений $1/\alpha_1$, δ/λ, и $1/\alpha_2$, причем: $1/\alpha_1 = R_1$ – термическое сопротивление теплоотдачи от горячей жидкости к поверхности стенки; $\delta/\lambda = R_c$ – термическое сопротивление теплопроводности стенки; $1/\alpha_2 = R_2$ – термическое сопротивление теплоотдачи от поверхности стенки к холодной жидкости. Поскольку общее термическое сопротивление состоит из частных термических сопротивлений, то в случае многослойной стенки нужно учитывать термическое сопротивление каждого слоя. Если стенка состоит из n-слоев, то полное термическое сопротивление теплопередачи через стенку будет равно:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_2}. \tag{5.8}$$

Коэффициент теплопередачи:

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i} + \dfrac{1}{\alpha_2}}. \tag{5.9}$$

Плотность теплового потока через многослойную стенку, состоящую из n-слоев:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=1}^{i=n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i} + \dfrac{1}{\alpha_2}} = k\left(t_{ж1} - t_{ж2}\right). \tag{5.10}$$

Полный тепловой поток Q через поверхность F стенки, Вт:

$$Q = qF = k\Delta t F. \tag{5.11}$$

Температуры поверхностей однородной стенки можно найти из уравнений (5.4). Из них следует, что:

$$t_{c1} = t_{ж1} - q\frac{1}{\alpha_1}; \;\; t_{c2} = t_{ж1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda}\right) \text{ или} \qquad (5.12)$$

$$t_{c2} = t_{ж2} + q\frac{1}{\alpha_2}.$$

Из сопоставления уравнений следует, что передача теплоты через многослойную стенку при граничных условиях первого рода является частным случаем общего случая передачи теплоты при граничных условиях третьего рода.

5.2.2. Граничные условия второго и третьего рода

Рассмотрим случай, когда при передаче теплоты через однородную и изотропную стенку на одной ее поверхности заданы граничные условия второго рода в виде q_c = const (при x = 0); на другой поверхности заданы коэффициент теплоотдачи α_2 и температура окружающей среды $t_{ж2}$, т. е. граничные условия третьего рода (рис. 5.2). Внутренние источники в стенке отсутствуют (q_v = 0):

$$q_c = (t_{c1} - t_{c2})\frac{\lambda}{\delta}; \;\; q_c = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \qquad (5.13)$$

при заданном значении q_c:

$$t_{c2} = t_{ж2} + q\frac{1}{\alpha_2}; \qquad (5.14)$$

$$t_{c1} = t_{ж2} + q_c\left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda}\right). \qquad (5.15)$$

теплопроводности трубы производится по формулам для плоской стенки. При расчете теплопроводности многослойной стенки трубы также можно применять упрощенную формулу:

$$q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c(n+1)})}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}\frac{\varphi_1}{d_{m1}} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\frac{\varphi_2}{d_{m2}} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}\frac{\varphi_n}{d_{mn}}}, \qquad (6.23)$$

где δ_i – толщина; d_{mn} – средний диаметр; λ – коэффициент теплопроводности; φ – коэффициент кривизны

6.3. Порядок выполнения работы

1. Нарисовать однородную и многослойную цилиндрические стенки.
2. Нанести значения температур каждого слоя стенки и построить температурную кривую.
3. Решить задачи.

Задача 1

Дано: паропровод диаметром d_1 = 160 мм и d_2 =170 мм покрыт двухслойной изоляцией. Толщина первого слоя изоляции δ_2 = 30 мм и второго слоя изоляции δ_3 = 50 мм. Коэффициенты теплопроводности трубы и изоляции соответственно равны: λ_1 = 50, λ_2 = 0,15 и λ_3 = = 0,08 ккал/(м·ч·°С). Температура внутренней поверхности паропровода t_{c1} = 300 °С и внешней поверхности изоляции t_{c4} = 50 °С.

Найти: тепловые потери трубопровода и температуры на поверхностях раздела отдельных слоев t_{c2}, t_{c3}.

Задача 2

Найти: решить задачу № 1 по упрощенной формуле при условии, что $\varphi \approx 1$. Сравнить результаты расчета с ответом задачи № 1.

$$q_1 = \frac{\lambda}{\delta} \frac{\pi d_m}{\varphi} (t_{c1} - t_{c2}). \qquad (6.22)$$

Здесь $d_m = d_1 + d_2/2$ – средний диаметр трубы и $\delta = d_2 - d_1/2$ – толщина стенки трубы. Влияние кривизны стенки при этом учитывается коэффициентом кривизны φ. Его значение определяется отношением диаметров d_2/d_1. Значения коэффициента кривизны для различных отношений приведены на рис. 6.5. отдельных слоев многослойной стенки трубы.

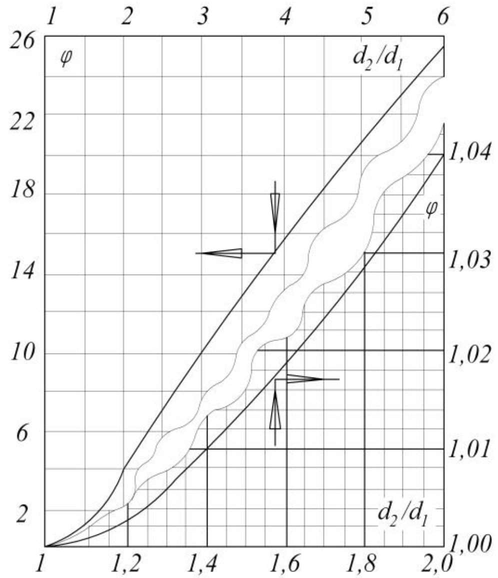

Рисунок 6.5 – Функция коэффициента кривизны $\varphi = f\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$

Из рис. 6.5 видно, что при $d_2/d_1 < 2$ значение φ близко к единице. При φ = 1 влиянием кривизны стенки можно пренебречь и расчет

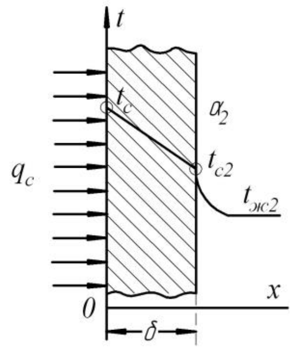

Рисунок 5.2 – Передача теплоты через плоскую стенку (смешанные граничные условия)

Если имеем многослойную стенку, состоящую из n однородных слоев, то температура на ее поверхностях и на границе слоев может быть определена по следующим уравнениям:

– на внешней поверхности

$$t_{c(n+1)} = t_{ж2} - q_c \frac{1}{\alpha_2}; \qquad (5.16)$$

– на внешней левой поверхности

$$t_{c1} = t_{ж2} + q_c \left(\frac{1}{\alpha_2} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right); \qquad (5.17)$$

– на поверхности между слоями (m – 1) и m

$$t_{ci} = t_{ж2} + q_c \left(\frac{1}{\alpha_2} + \sum_{i=m}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right). \qquad (5.18)$$

5.3. Порядок выполнения работы

1. Нарисовать плоскую стенку с граничными условиями второго и третьего рода (рис. 5.1 и 5.2).
2. Построить температурную кривую и указать законы передачи тепла в каждой зоне.
3. Решить задачи.

Задача 1

Дано: толщина стенки δ = 250 мм, температура газов $t_{ж1}$ = 700 °С и воздуха в котельной $t_{ж2}$ = 30 °С. Коэффициент теплоотдачи от газов к поверхности стенки α_1 = 23 Вт/(м^2 · °С) и от стенки к воздуху α_2 = 12 Вт/(м^2 · °С). Коэффициенты теплопроводности стенки λ = 0,7 Вт/(м · °С).

Найти: потери теплоты через единицу поверхности кирпичной обмуровки парового котла в зоне размещения водяного экономайзера и температуры на поверхностях стенки.

Задача 2

Дано: температура дымовых газов $t_{ж1}$ = 1000 °С, кипящей воды $t_{ж2}$ = 200 °С; коэффициенты теплоотдачи от газов к стенке α_1 = 100 Вт/(м^2 · °С) и от стенки к кипящей воде α_2 = 5000 Вт/(м^2 · °С). Коэффициенты теплопроводности материала стенки λ = 50 Вт/(м · °С) и толщина стенки δ_2 = 12 мм (рис. 5.3).

Найти: тепловой поток через 1 м^2 чистой поверхности нагрева парового котла и температуры на поверхностях стенки.

Задача 3

Найти: решить задачу № 2 при условии, что в процессе эксплуатации поверхность нагрева парового котла со стороны дымовых газов покрылась слоем сажи толщиной $\delta_с$ = 1 мм при $\lambda_с$ = 0,08 Вт/(м · °С) и со стороны воды слоем накипи толщиной $\delta_н$ = 2 мм при $\lambda_н$ = 0,8 Вт/(м · °С). Вычислить плотность теплового потока через 1 м^2 загрязненной поверхности нагрева и температуры на поверхностях соответствующих слоев $t_{с1}$, $t_{с2}$, $t_{с3}$ и $t_{с4}$. Сравнить результаты расчета с ответом задачи № 2 и определить уменьшение тепловой нагрузки (рис. 5.4).

Вопросы для самопроверки

1. Что характеризует коэффициент теплопередачи?
2. Как определить термическое сопротивление теплоотдачи от

Сумма изменений температуры в каждом слое составляет полный температурный напор. Складывая отдельно левые и правые части системы уравнений, получаем:

$$(t_{с1}-t_{с4})=\frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}\right). \qquad (6.18)$$

Значение теплового потока q_1:

$$q_l=\frac{2\pi(t_{с1}-t_{с4})}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}. \qquad (6.19)$$

Значения неизвестных температур на поверхности соприкосновения слоев:

$$\left.\begin{aligned} t_{с2}&=t_{с1}-\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1};\\ t_{с3}&=t_{с2}-\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}=t_{с1}-\frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}\right).\end{aligned}\right\} \qquad (6.20)$$

$$t_{с3}=t_{с4}+\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}. \qquad (6.21)$$

Внутри каждого слоя температура изменяется по логарифмическому закону, но для многослойной стенки в целом температурная кривая представляет собой ломаную кривую (рис. 6.4).

Приведенные выше расчетные формулы для трубы неудобны тем, что в них входит логарифм. С целью упрощения расчетов может быть применена формула плотности теплового потока:

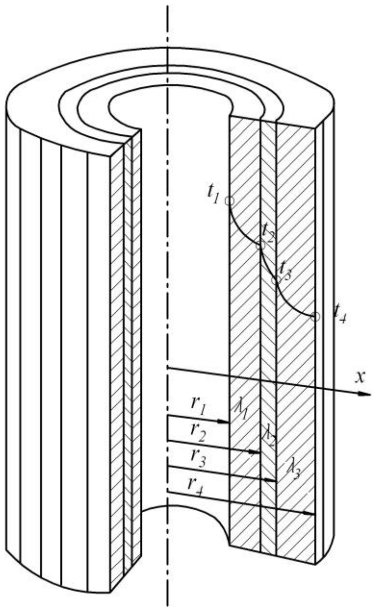

Рисунок 6.4 – Многослойная цилиндрическая стенка

$$\left.\begin{array}{l} q_l = \dfrac{2\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\dfrac{1}{\lambda_1}\ln\dfrac{d_2}{d_1}}; \\ q_l = \dfrac{2\pi(t_{c2} - t_{c3})}{\dfrac{1}{\lambda_2}\ln\dfrac{d_3}{d_2}}; \\ q_l = \dfrac{2\pi(t_{c3} - t_{c4})}{\dfrac{1}{\lambda_3}\ln\dfrac{d_2}{d_3}}. \end{array}\right\}, \quad \left.\begin{array}{l} t_{c1} - t_{c2} = \dfrac{q_l}{2\pi}\dfrac{1}{\lambda_1}\ln\dfrac{d_2}{d_1}; \\ t_{c2} - t_{c3} = \dfrac{q_l}{2\pi}\dfrac{1}{\lambda_2}\ln\dfrac{d_3}{d_2}; \\ t_{c3} - t_{c4} = \dfrac{q_l}{2\pi}\dfrac{1}{\lambda_3}\ln\dfrac{d_4}{d_3}. \end{array}\right\} \qquad (6.17)$$

Из этих уравнений определяется изменение температуры в каждом слое:

среды к стенке? Какой закон описывает передачу тепла?

3. Как определить количество тепла при граничных условиях второго и третьего рода?

4. Как определить температуры в каждом слое стенки?

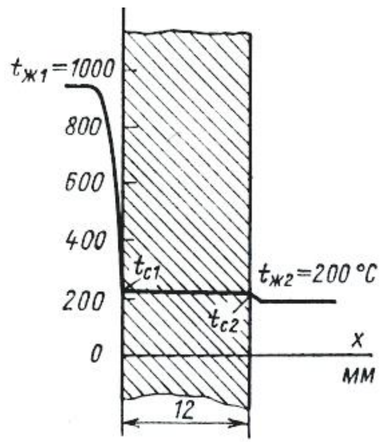

Рисунок 5.3 – Передача теплоты через плоскую однородную стенку при граничных условиях третьего рода

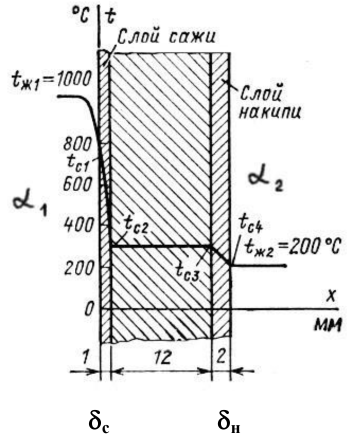

Рисунок 5.4 – Передача теплоты через плоскую трехслойную стенку при граничных условиях третьего рода

Рекомендуемая литература: [1–6].

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6

ПЕРЕДАЧА ТЕПЛОТЫ ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СТЕНКИ

6.1. Цель работы

1. Определить распределение тепла в однородной и многослойной цилиндрической стенках при граничных условиях первого рода.

6.2. Основные положения

6.2.1. Однородная цилиндрическая стенка

Граничные условия первого рода

Рассмотрим стационарный процесс теплопроводности в цилиндрической стенке (трубе) с внутренним диаметром $d_1 = 2r_1$ и наружным диаметром $d_2 = 2r_2$ (рис. 6.1). На поверхностях стенки заданы постоянные температуры $t_{с1}$ и $t_{с2}$, причем $t_{с1} > t_{с2}$. В заданном интервале температур коэффициент теплопроводности материала стенки λ является постоянной величиной. Необходимо найти распределение температур в цилиндрической стенке и тепловой поток через нее. Температура изменяется только в радиальном направлении x. Следовательно, температурное поле здесь будет одномерным, а изотермические поверхности цилиндрическими поверхностями, имеющими с трубой общую ось.

Дифференциальное уравнение теплопроводности удобно записать в цилиндрической системе координат:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \qquad (6.1)$$

При заданных условиях температура изменяется только в радиальном направлении и температурное поле будет одномерным:

$$\frac{\partial t}{\partial z} = 0 \text{ и } \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \qquad (6.2)$$

Так как температуры на наружной и внутренней поверхностях трубы неизменны, изотермические поверхности являются цилиндрическими, имеющими с трубой общую ось. Тогда температура не должна изменяться также вдоль φ, т. е.

$$\frac{\partial t}{\partial \varphi} = 0 \text{ и } \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0. \qquad (6.3)$$

тепловой поток запишется:

$$q_l = k_l (t_{ж1} - t_{ж2}). \qquad (6.15)$$

Величина k_l называется *линейным коэффициентом теплопередачи*, который измеряется в Вт/(м · К). Он характеризует интенсивность передачи теплоты от одной подвижной среды к другой через разделяющую их стенку. Значение k_1 численно равно количеству теплоты, которое проходит через стенку длиной 1 м в единицу времени от одной среды к другой при разности температур между ними в 1 град.

Величина $R_l = 1/k_l$, обратная линейному коэффициенту теплопередачи, называется *линейным термическим сопротивлением теплопередачи* и равна:

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \qquad (6.16)$$

Отдельные составляющие полного термического сопротивления представляют собой: $1/\alpha_1 d_1$ и $1/\alpha_2 d_2$ – термические сопротивления теплоотдачи на соответствующих поверхностях, обозначим их соответственно R_{l1} и R_{l2}; $\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}$ – термическое сопротивление теплопроводности стенки, обозначим его через $R_{lс}$.

6.2.2. Многослойная цилиндрическая стенка

Пусть цилиндрическая стенка состоит из трех разнородных слоев. Благодаря хорошему контакту между слоями, соприкасающиеся поверхности разных слоев имеют общую температуру. Диаметры и коэффициенты теплопроводности отдельных слоев известны. Кроме того, известны температуры внутренней и внешней поверхностей многослойной стенки $t_{с1}$ и $t_{с4}$. В местах соприкосновения слоев температуры неизвестны $t_{с2}$ и $t_{с3}$ (рис. 6.4).

При стационарном режиме количество тепла, проходящего через каждый слой, одинаково и постоянно:

$$\left.\begin{aligned} q_l &= \alpha_1 \pi d_1 (t_{\text{ж}1} - t_{\text{с}1});\\ q_l &= \frac{\pi (t_{\text{с}1} - t_{\text{с}2})}{\dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1}};\\ q_l &= \alpha_2 \pi d_2 (t_{\text{с}2} - t_{\text{ж}2}). \end{aligned}\right\},\quad \left.\begin{aligned} t_{\text{ж}1} - t_{\text{с}1} &= \frac{q_l}{\pi}\frac{1}{\alpha_1 d_1};\\ t_{\text{с}1} - t_{\text{с}2} &= \frac{q_l}{\pi}\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1};\\ t_{\text{с}2} - t_{\text{ж}2} &= \frac{q_l}{\pi}\frac{1}{\alpha_2 d_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (6.12)$$

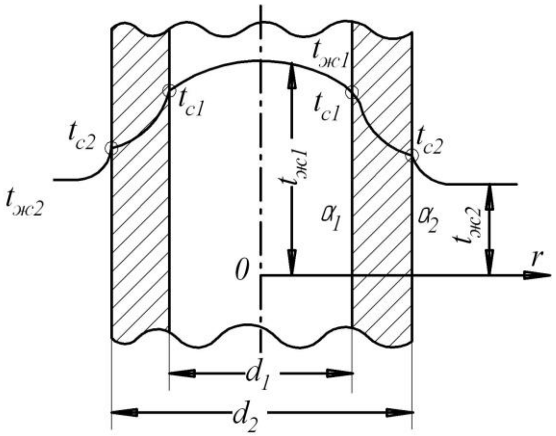

Рисунок 6.3 – Теплопередача через однородную цилиндрическую стенку

Складывая уравнения, входящие в систему (6.17), получаем температурный напор:

$$t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2} = \frac{q_l}{\pi}\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}\right). \qquad (6.13)$$

Отсюда следует:

$$q_l = \frac{t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2}}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_2}}, \qquad (6.14)$$

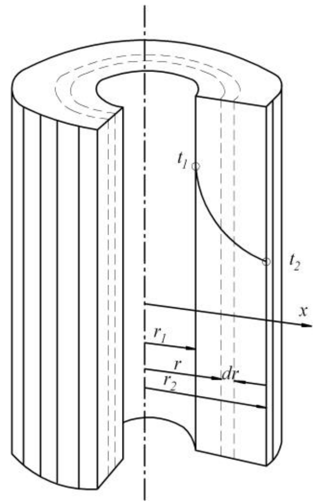

Рисунок 6.1 – Однородная цилиндрическая стенка

Граничные условия первого рода имеют вид:

$$\begin{aligned} &\text{при}\quad r = r_1 \qquad t = t_{\text{с}1};\\ &\text{при}\quad r = r_2 \qquad t = r_{\text{с}2}; \end{aligned} \qquad (6.4)$$

При решении уравнения (6.4) совместно с (6.5) получим уравнение температурного поля в цилиндрической стенке относительно радиуса цилиндра:

$$t = t_{\text{с}1} - (t_{\text{с}1} - t_{\text{с}2})\frac{\ln\dfrac{r}{r_1}}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}} \quad \text{или} \quad t = t_{\text{с}1} - (t_{\text{с}1} - t_{\text{с}2})\frac{\ln\dfrac{d}{d_1}}{\ln\dfrac{d_2}{d_1}}. \qquad (6.5)$$

Для нахождения количества теплоты, проходящей через цилиндрическую поверхность величиной F в единицу времени, можно воспользоваться законом Фурье. Подставив значение градиента температуры и учитывая, что $F = 2\pi rl$, получим формулу для нахождения общего количества тепла, Вт:

$$Q = \frac{2\pi\lambda l(t_{c1} - t_{c2})}{\ln\frac{d_2}{d_1}}. \tag{6.6}$$

Тепловой поток может быть отнесен либо к единице трубы либо к единице внутренней или внешней поверхности (рис. 6.2):

– тепловой поток через единицу внутренней поверхности

$$\frac{Q}{\pi d_1 l} = q_1 = \frac{2\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{d_1 \ln\frac{d_2}{d_1}}; \tag{6.7}$$

– тепловой поток через единицу наружной поверхности

$$\frac{Q}{\pi d_2 l} = q_2 = \frac{2\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{d_2 \ln\frac{d_2}{d_1}}; \tag{6.8}$$

– поток теплоты, проходящий через единицу длины трубы

$$\frac{Q}{l} = q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}}. \tag{6.9}$$

В случае, когда коэффициент теплопроводности является функцией от температуры $\lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta t)$, тепловой поток можно вычислить по той же формуле, что и для случая $\lambda = \text{const}$:

$$q_l = \frac{(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda_{\text{ср}}}\ln\frac{d_2}{d_1}}. \tag{6.10}$$

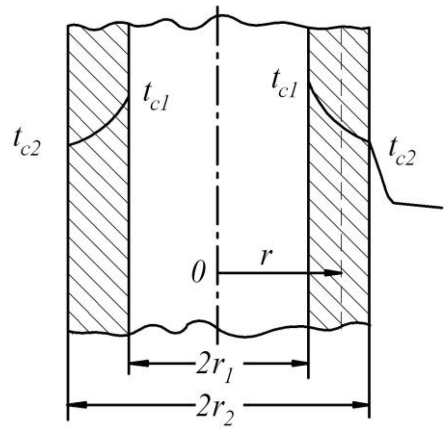

Рисунок 6.2 – Теплопроводность цилиндрической стенки

Выражение для температурного поля:

$$t = \sqrt{\left(\frac{1}{\beta} + t_{c1}\right)^2 - \frac{q_1 n\frac{d}{d_1}}{\pi\beta\lambda_0}} - \frac{1}{\beta}. \tag{6.11}$$

Граничные условия третьего рода (теплопередача)

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) с постоянным коэффициентом теплопроводности λ. Заданы постоянные температуры подвижных сред $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ и постоянные значения коэффициентов теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубы α_1 и α_2 (рис. 6.3).

Необходимо найти тепловой поток q_l и температуры стенки $t_{с}$. Предположим, что длина трубы велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями теплоты с торцов трубы можно пренебречь и при установившемся тепловом режиме количество теплоты, которое будет передаваться от горячей среды к поверхности стенки, проходить через стенку и отдаваться от стенки к холодной жидкости, будет одно и то же. Следовательно, можно написать: